

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

# ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ-1

## Розрахунково-графічна робота

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра  
за освітньою програмою  
«Акустичні електронні системи та технології обробки акустичної інформації»  
спеціальності 171 Електроніка*

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол №7 від 13.05.2021 р.)*

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2021

Теорія електричних кіл-1: розрахунково-графічна робота [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 171 «Електроніка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: М.Ю.Артеменко, К.С. Дрозденко. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,38 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 61 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол №7 від 13.05.2021 р.)  
за поданням Вченої ради факультету електроніки (протокол № 04/21 від 26.04.2021 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

# ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ-1

## Розрахунково-графічна робота

Укладачі: *Артеменко Михайло Юхимович*, д-р техн. наук, проф.  
*Дрозденко Катерина Сергіївна*, канд. техн. наук

Відповідальний редактор *Найда С. А.*, д-р техн. наук, проф.

Рецензент: *Батрак Л. М.*, канд. техн. наук, доц., доцент кафедри електронних пристроїв та систем КПІ ім. Ігоря Сікорського

У навчальному посібнику описані основні символічні методи розрахунку лінійних електричних кіл синусоїдного струму - метод рівнянь Кірхгофа, вузлових напруг, контурних струмів та еквівалентного джерела енергії. Теоретичні дані супроводжуються багаточисельними прикладами розв'язання задач. Наведені загальні вимоги до виконання розрахунково-графічної роботи та оформлення пояснювальної записки. Для перевірки якості засвоєння теоретичного матеріалу запропоновані контрольні питання.

Індивідуальні завдання для виконання розрахунково-графічної роботи повинні допомогти студенту в оволодінні термінологією, основними положеннями розділу "Лінійні електричні кола синусоїдного струму", надати досвід у вирішенні найпростіших інженерних завдань, які зможуть бути корисними в процесі навчання, у практичній діяльності та наукових дослідженнях за фахом.

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
1. Загальні вимоги до виконання розрахунково-графічної роботи (РГР) та оформлення пояснювальної записки.....	5
1.1. Мета роботи.....	5
1.2. Завдання на РГР.....	5
1.3. Організаційні вказівки до виконання РГР.....	6
1.4. Структура пояснювальної записки до РГР.....	7
1.5. Рекомендації щодо оформлення пояснювальної записки.....	8
2. Основні теоретичні відомості до розділів РГР.....	9
2.1. Метод комплексних амплітуд.....	9
2.2. Застосування законів Кірхгофа для розрахунку електромагнітних процесів в електричних колах.....	12
2.3. Метод контурних струмів.....	17
2.4. Баланс потужностей.....	25
2.5. Метод вузлових напруг.....	30
2.6. Метод еквівалентного генератора.....	35
2.7. Приклад виконання завдання РГР.....	40
3. Контрольні запитання.....	56
Додатки.....	58
Додаток 1. Варіанти завдання на розрахунково-графічну роботу.....	58
Додаток 2. Зразок оформлення титульного аркушу пояснювальної записки до РГР.....	60
Список літератури.....	61

## ВСТУП

При підготовці бакалаврів за спеціальністю 171 «Електроніка», освітньою програмою «Акустичні електронні системи та технології обробки акустичної інформації» одним із нормативних освітніх компонентів циклу професійної підготовки є «Теорія електричних кіл-1» («ТЕК-1»).

Даний кредитний модуль базується на знаннях, здобутих при вивченні фізики (розділи електрика та магнетизм) та вищої математики (розділи диференціальне та інтегральне числення, ряди, диференціальні рівняння, лінійна алгебра та основи теорії функцій комплексної змінної).

Метою «ТЕК-1» є вивчення загальних закономірностей, які характеризують електричні та електромагнітні процеси в лінійних електричних колах, а також електричних властивостей, характерних для прикладних акустотехнічних застосувань, основних методів розрахунку, аналізу та синтезу таких кіл.

Індивідуальним семестровим завданням в «ТЕК-1» є розрахунково-графічна робота на тему «Розрахунок лінійних електричних кіл основними символічними методами аналізу», яка дозволить студентам закріпити теоретичні знання та вдосконалити практичні навички розрахунку електромагнітних процесів в складних лінійних електричних колах змінного струму методами рівнянь Кірхгофа, вузлових напруг, контурних струмів та еквівалентного генератора.

# 1. ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ (РГР) ТА ОФОРМЛЕННЯ ПОЯСНЮВАЛЬНОЇ ЗАПИСКИ

## 1.1. Мета роботи

*Метою РГР* є оволодіння студентами навичками розрахунку електромагнітних процесів у складних електричних колах змінного струму за допомогою методів рівнянь Кірхгофа, вузлових напруг, контурних струмів та еквівалентного джерела енергії.

*Темою роботи* є розрахунок складних лінійних електричних кіл символічними методами аналізу.

## 1.2. Завдання на РГР

1. Навести рядок таблиці 2 (додаток 1) згідно отриманого номеру варіанту. Схему електричного кола (рис. 1) доповнити реактивними елементами та джерелами синусоїдної напруги відповідно до завдання, розрахувати їх параметри та намалювати схему отриманого первісного кола, що складається з фізичних елементів. Намалювати комплексну схему заміщення первісного кола, розрахувати параметри її елементів та скласти системи рівнянь електричної рівноваги за законами Кірхгофа в комплексній та інтегро-диференціальній формах.

2. Розрахувати комплексні діючі значення струмів усіх віток та потенціалів всіх вузлів кола методом контурних струмів. Перевірити вірність розрахунків шляхом зведення балансу потужностей в комплексній формі та визначити миттєві значення зазначених струмів.

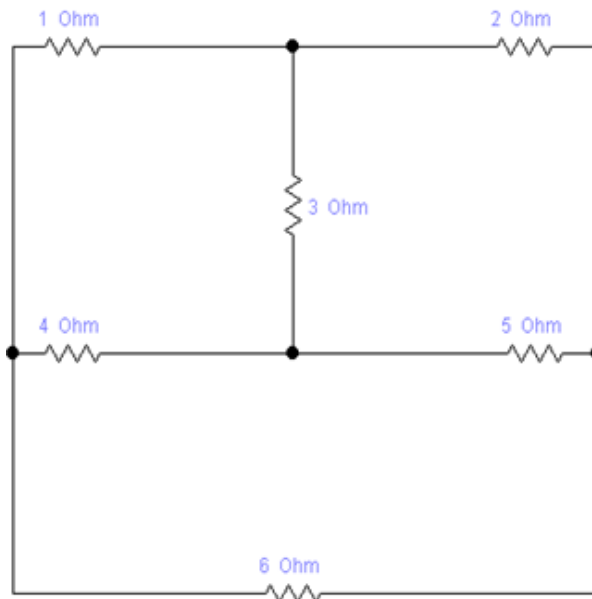


Рис.1

3. Розрахувати комплексне діюче значення струму цієї ж самої вітки методом еквівалентного генератора в комплексній формі.

4. Провести моделювання первісного кола в програмному середовищі EWB або Multisim, вимірявши струми всіх віток та потенціали всіх вузлів. Результати розрахунків та вимірів за пунктами 1-5 звести в табл. 3, представлену в додатку 1.

### 1.3. Організаційні вказівки до виконання РГР

Номери варіантів на РГР призначаються викладачем. Виконувати РГР рекомендується, згідно з графіком, наведеним в табл. 1.

Оцінювання РГР проводиться згідно Положення про рейтингову систему оцінки успішності студентів з кредитного модуля «ТЕК-1».

Таблиця 1. Календарний графік виконання РГР

Пункти завдання	Термін виконання (навчальні тижні семестру)
Видача завдання на РГР	11
Виконання та оформлення завдання	11-14
Перевірка роботи викладачем	15
Захист роботи	16-17

#### 1.4. Структура пояснювальної записки до РГР

Титульний аркуш (додаток 2)

Зміст

Вступ

1.Завдання на РГР;

2.Розрахункова частина

2.1.Формулювання та виконання завдання 1

2.2.Формулювання та виконання завдання 2

2.3.Формулювання та виконання завдання 3

2.4.Формулювання та виконання завдання 4

2.5.Формулювання та виконання завдання 5

3. Висновки

Список літератури

При формулюванні 3 та 4 завдань розрахункової частини необхідно вказувати номер вітки, в якій розраховується струм.

## **1.5. Рекомендації щодо оформлення пояснювальної записки**

У вищому навчальному закладі всі види носіїв навчально-наукової інформації: РГР, курсові і дипломні роботи, звіти, статті, тези, реферати, дисертації тощо відносять до наукових документів. Створені документи повинні відповідати вимогам стандартів – нормативним документам, що встановлюють комплекс норм, правил, вимог до об'єкта стандартизації на підставі досягнень науки, техніки і передового досвіду і затверджених компетентним органом у відповідності до чинного законодавства.

Пояснювальну записку до РГР, згідно з [1], виконують машинним (за допомогою комп'ютерної техніки) способом на одному боці аркуша білого паперу формату А4 (шрифт Times New Roman, 14 пт, міжрядковий інтервал 1,5, береги: верхній, лівий і нижній - не менше 20 мм, правий - не менше 10 мм).

Рекомендований обсяг пояснювальної записки складає 15-20 аркушів.

Титульний аркуш оформлюють згідно зразка (додаток 2).

Кожне нове завдання рекомендується починати з нового аркушу.

Всі схеми повинні бути накреслені згідно зі стандартами єдиної системи конструкторської документації з позначеннями всіх струмів або напруг, необхідних для розрахунків.

В роботі розрахунки і формули слід супроводжувати коментарями (посилання на літературні джерела, визначення, властивості та ін.), а також наводити проміжні етапи. Наведення числового результату розрахунків без попереднього запису у формулі замість буквених символів числових значень величин, які входять до неї, не допускається [2].

Сторінки слід нумерувати арабськими цифрами, починаючи з цифри 3, додержуючись наскрізної нумерації впродовж усього тексту пояснювальної записки. Номер сторінки проставляють на нижньому полі аркуша без крапки в кінці. Титульний аркуш включають до загальної нумерації сторінок. Номер сторінки на титульному аркуші не проставляють [2].



## 2. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ДО РОЗДІЛІВ РГР

### 2.1. Метод комплексних амплітуд

Значення струмів і напруг лінійного електричного кола, що знаходиться під дією гармонічного джерела, можуть бути знайдені шляхом безпосереднього розв'язання диференційного рівняння кола, однак навіть для відносно простих кіл дана задача є достатньо трудомісткою. На практиці аналіз таких кіл зазвичай виконують за допомогою метода комплексних амплітуд [3].

Даний метод полягає у тому, що замість гармонічних функцій  $A_m \cos(\omega t + \varphi)$  розглядають вектори  $A_m e^{j(\omega t + \varphi)} = \dot{A}_m e^{j\omega t}$ , що обертаються в додатному напрямі на комплексній площині з кутовою швидкістю  $\omega$  та їх комплексні амплітуди  $\dot{A}_m$ .

**Комплексна амплітуда** – це комплексне число, що не залежить від часу, модуль і аргумент якого дорівнюють відповідно амплітуді і початковій фазі заданої гармонічної функції. Комплексна амплітуда може бути подана в трьох формах запису:

- алгебраїчній:  $\dot{A}_m = A_1 + jA_2$ , де  $A_1 = A_m \cos \varphi = \operatorname{Re}(\dot{A}_m)$ ,  $A_2 = A_m \sin \varphi = \operatorname{Im}(\dot{A}_m)$ ;
- тригонометричній:  $\dot{A}_m = A_m (\cos \varphi + j \sin \varphi)$ ;
- показниковій:  $\dot{A}_m = A_m e^{j\varphi}$ .

Проекція вектора, що обертається проти годинникової стрілки з постійною кутовою швидкістю  $\omega$  на уявну вісь комплексної площини дорівнює миттєвому значенню гармонічної функції [3]

$$A_m \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re}(\dot{A}_m e^{j\omega t}), \text{ причому}$$

$$A_m = |\dot{A}_m| = \sqrt{\operatorname{Re}^2(\dot{A}_m) + \operatorname{Im}^2(\dot{A}_m)} \quad (1)$$

$$\varphi = \begin{cases} \arctg[\operatorname{Im}(\dot{A}_m)/\operatorname{Re}(\dot{A}_m)], \operatorname{Re}(\dot{A}_m) > 0; \\ \pi + \arctg[\operatorname{Im}(\dot{A}_m)/\operatorname{Re}(\dot{A}_m)], \operatorname{Re}(\dot{A}_m) < 0. \end{cases} \quad (2)$$

Комплексні амплітуди струму і напруги дорівнюють, відповідно,  $\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi_I}$ ,  $\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_U}$ .

Джерело напруги з ЕРС  $e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi_E)$  повністю визначається комплексною амплітудою  $\dot{E}_m = E_m e^{j\varphi_E}$ .

Комплексні опори резистора, індуктивності та ємності дорівнюють, відповідно,  $R$ ,  $j\omega L$ ,  $1/j\omega C$ .

Комплексний опір двополюсника (вітки):  $\bar{Z} = \dot{U}_m / \dot{I}_m = R + jX = Ze^{j\varphi}$ , де  $R, X, Z = \sqrt{R^2 + X^2}$  – активний, реактивний та повний опір кола;  $\varphi = \varphi_U - \varphi_I = \arctg(X / R)$  – кут зсуву фаз між вхідними напругою та струмом.

Комплексна провідність двополюсника (вітки):  $\bar{Y} = 1 / \bar{Z} = G - jB = Ye^{-j\varphi}$ , де  $G, B, Y = 1 / Z = \sqrt{G^2 + B^2}$  – відповідно, активна, реактивна та повна провідність.

Комплексні провідності резистора  $R$ , індуктивності  $L$  та ємності  $C$  дорівнюють, відповідно,  $G = 1 / R$ ,  $1 / j\omega L$ ,  $j\omega C$ .

Комплексна потужність:  $\tilde{S} = P + jQ = Se^{j\varphi}$ , де  $P, Q, S$  – активна, реактивна та повна потужність.

**Приклад 1 [4].** Записати комплексну амплітуду і комплекс діючого значення струму в показниковій, тригонометричній та алгебраїчній формах, якщо його миттєве значення дорівнює  $i(t) = 0,5 \cos(\omega t + \pi/3)$  А.

### **Розв'язання**

1. Амплітудне значення струму  $I_m = 0,5$  А, початкова фаза  $\varphi_I = \pi / 3$  рад.

Комплексна амплітуда струму в показниковій формі:  $\dot{I}_m = 0,5e^{j\pi/3}$  А;

В тригонометричній формі:  $\dot{I}_m = 0,5[\cos(\pi/3) + j\sin(\pi/3)]$  А;

В алгебраїчній формі:  $\dot{I}_m = 0,5(0,5 + j\sqrt{3}/2) = (0,25 + j0,43)$  А.

2. Комплекс діючого значення струму:  $\dot{I} = \dot{I}_m / \sqrt{2} = 0,5e^{j\pi/3} / \sqrt{2} = 0,35e^{j\pi/3}$  А;

В тригонометричній формі  $\dot{I} = 0,35(\cos(\pi/3) + j\sin(\pi/3))$  А;

В алгебраїчній формі:  $\dot{I} = 0,35(0,5 + j\sqrt{3}/2) = (0,175 + j0,165)$  А.

**Приклад 2 [4].** Записати вираз для миттєвого значення напруги, комплекс діючого значення якої дорівнює  $(30\sqrt{3} + 30j)$  В, а частота  $500/\pi$  Гц.

#### **Розв'язання**

1. Вираз для миттєвого значення напруги:  $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_U)$ ;

2. Знайдемо діюче значення і початкову фазу напруги за формулами (1) і (2), а також амплітуду і кутову частоту:

$$U = \sqrt{(30\sqrt{3})^2 + 30^2} = 60 \text{ В};$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{30}{30\sqrt{3}}\right) = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6} \text{ рад};$$

$$U_m = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2} \cdot 60 = 84,85 \text{ В};$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(500/\pi) = 10^3 \text{ рад/с.}$$

3. Миттєве значення напруги:  $u(t) = 84,85 \cos(10^3 t + \pi/6)$  В.

## 2.2. Застосування законів Кірхгофа для розрахунку електромагнітних процесів в електричних колах

Одним з методів розрахунку струмів і напруг в складних електричних колах є розв'язання системи рівнянь, складеної за першим і другим законами Кірхгофа [3, 5, 6].

**Перший закон Кірхгофа:** алгебраїчна сума комплексних амплітуд струмів у вузлі дорівнює нулю

$$\sum_k i_{mk} = 0.$$

При цьому комплексні амплітуди струмів, що втікають у вузол, входять до рівняння з плюсом, а струми, що витікають з вузла – з мінусом.

**Другий закон Кірхгофа:** алгебраїчна сума комплексних амплітуд падінь напруг на елементах будь-якого контуру електричного кола дорівнює алгебраїчній сумі комплексних амплітуд ЕРС в даному контурі

$$\sum_i \dot{U}_{mi} = \sum_j \dot{E}_{mj}.$$

При цьому задають напрям обходу контуру (наприклад, за годинниковою стрілкою), а також напрями ЕРС і струмів кожного з елементів контуру. Для визначення знаків падінь напруг і ЕРС в рівнянні керуються наступним правилом: якщо напрями ЕРС і струмів, що визначають падіння напруг, співпадають з напрямом обходу – відповідні складники входять до суми зі знаком плюс, якщо не співпадають – зі знаком мінус.

Система рівнянь для розрахунку електромагнітних процесів в електричному колі містить рівняння для незалежних вузлів за першим законом Кірхгофа (їх кількість дорівнює  $u-1$ , де  $u$  – загальна кількість вузлів у колі) і рівняння для незалежних контурів за другим законом Кірхгофа (їх кількість дорівнює  $v-u+1$ , де  $v$  – загальна кількість віток у колі).

Таким чином, система рівнянь за законами Кірхгофа містить  $(u - 1) + (v - u + 1) = v$  рівнянь, що збігається з кількістю віток і відповідних невідомих струмів у колі.

Розглянемо алгоритм складання систем рівнянь за законами Кірхгофа на прикладах.

**Приклад 3.** Для схеми електричного кола (рис.2), скласти систему рівнянь за законами Кірхгофа для комплексів діючих значень струмів та напруг.

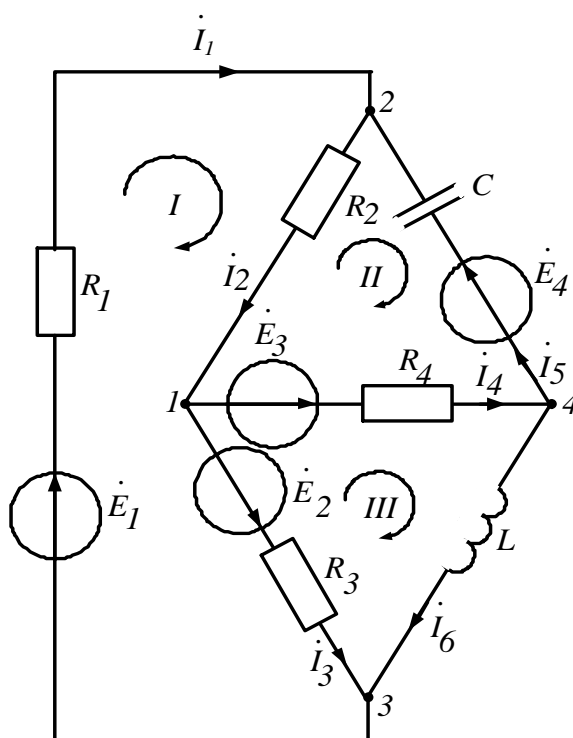


Рис. 2

### Розв'язок

1. Кількість вузлів  $u = 4$ , незалежних вузлів  $u - 1 = 3$ , тому за першим законом Кірхгофа необхідно скласти три рівняння.
2. Кількість віток  $v = 6$ ; кількість незалежних контурів  $v - u + 1 = 3$ , тому за другим законом Кірхгофа необхідно скласти три рівняння.

3. Обрані напрями обходу контурів показані на рис.2, напрями ЕРС і падінь напруг співпадають з напрямками струмів у відповідних вітках.

4. За першим законом Кірхгофа:

$$\text{Вузол 1: } \dot{I}_2 - \dot{I}_3 - \dot{I}_4 = 0;$$

$$\text{Вузол 2: } \dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I}_5 = 0;$$

$$\text{Вузол 3: } \dot{I}_6 - \dot{I}_1 + \dot{I}_3 = 0.$$

5. За другим законом Кірхгофа:

$$\text{Контур I } (\dot{E}_1 - R_1 - C - \dot{E}_4 - L): \quad \dot{E}_1 - \dot{E}_4 = \dot{I}_1 R_1 + \dot{I}_6 j\omega L - \dot{I}_5 / j\omega C;$$

$$\text{Контур II } (R_2 - C - \dot{E}_4 - R_4 - \dot{E}_3): \quad -\dot{E}_3 - \dot{E}_4 = -\dot{I}_5 / j\omega C - \dot{I}_4 R_4 - \dot{I}_2 R_2;$$

$$\text{Контур III } (\dot{E}_3 - R_4 - L - R_3 - \dot{E}_2): \quad \dot{E}_3 - \dot{E}_2 = \dot{I}_6 j\omega L + \dot{I}_4 R_4 - \dot{I}_3 R_3.$$

6. Кінцева система рівнянь Кірхгофа матиме вигляд:

$$\begin{cases} \dot{I}_2 - \dot{I}_3 - \dot{I}_4 = 0; \\ \dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I}_5 = 0; \\ \dot{I}_6 - \dot{I}_1 + \dot{I}_3 = 0; \\ \dot{E}_1 - \dot{E}_4 = \dot{I}_1 R_1 + \dot{I}_6 j\omega L - \dot{I}_5 / j\omega C; \\ -\dot{E}_3 - \dot{E}_4 = -\dot{I}_5 / j\omega C - \dot{I}_4 R_4 - \dot{I}_2 R_2; \\ \dot{E}_3 - \dot{E}_2 = \dot{I}_6 j\omega L + \dot{I}_4 R_4 - \dot{I}_3 R_3. \end{cases}$$

**Приклад 4.** Для схеми електричного кола (рис. 3), у якого  $e_i(t) = E_{mi} \cos(\omega t + \varphi_i)$ ,  $i = \overline{1,3}$ ,  $R = 1 \text{ кОм}$ ,  $L = 1 \text{ Гн}$ ,  $C = 1 \text{ мкФ}$ ,  $f = 500/\pi \text{ Гц}$ ,  $E_1 = 1 \text{ В}$ ,  $E_2 = 2 \text{ В}$ ,  $E_3 = 3 \text{ В}$ ,  $\varphi_1 = \pi/3 \text{ рад}$ ,  $\varphi_2 = -\pi/3 \text{ рад}$ ,  $\varphi_3 = 2\pi/3 \text{ рад}$  скласти систему рівнянь за законами Кірхгофа в інтегро-диференційній та комплексній формах.

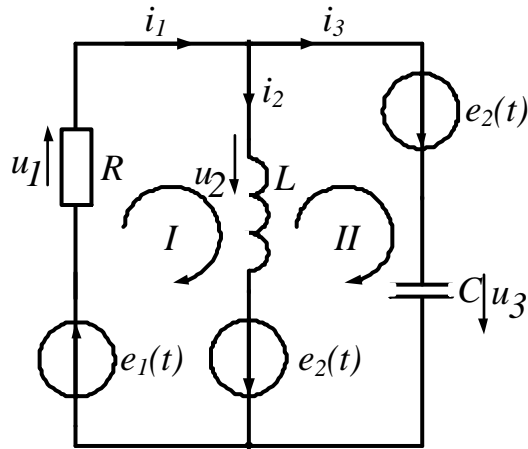


Рис. 3

### ***Розв'язок***

1. Кількість вузлів  $u = 2$ ; незалежних вузлів  $u - 1 = 1$ , тому за першим законом Кірхгофа необхідно скласти одне рівняння.
2. Кількість віток  $v = 3$ ; кількість незалежних контурів  $v - u + 1 = 2$ , тому за другим законом Кірхгофа необхідно скласти два рівняння.
3. Обрані напрями обходу контурів, показані на рис. 3, напрями ЕРС і падінь напруг співпадають з напрямками струмів у відповідних вітках.
4. Система рівнянь, складена за першим та другим законами Кірхгофа, має вигляд:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0, \\ u_1 + u_2 = e_1 + e_2, \\ u_3 - u_2 = e_3 - e_2; \end{cases} \quad (3)$$

5. Для отриманої системи запишемо вирази для падінь напруг на елементах за законом Ома та миттєвих значень ЕРС в **інтегро-диференційній формі**:

$$u_1 = Ri_1; \quad u_2 = L \frac{di_2}{dt}; \quad u_3 = \frac{1}{c} \int_{-\infty}^t i_3 dt;$$

$$e_1(t) = E_{m1} \cos(\omega t + \varphi_1) = \sqrt{2} \cos(10^3 t + \pi / 3);$$

$$e_2(t) = E_{m2} \cos(\omega t + \varphi_2) = 2\sqrt{2} \cos(10^3 t - \pi / 3);$$

$$e_3(t) = E_{m3} \cos(\omega t + \varphi_3) = 3\sqrt{2} \cos(10^3 t + 2\pi / 3).$$

6. Після підстановки виразів для падінь напруг на елементах та значень ЕРС в систему (3), отримаємо:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0; \\ Ri_1 + L \frac{di_2}{dt} = \sqrt{2} \cos(10^3 t + \pi / 3) + 2\sqrt{2} \cos(10^3 t - \pi / 3); \\ \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_3 dt - L \frac{di_2}{dt} = 3\sqrt{2} \cos(10^3 t + 2\pi / 3) - 2\sqrt{2} \cos(10^3 t - \pi / 3) \end{cases}$$

7. Перепишемо отриману систему рівнянь з урахуванням заданих значень параметрів елементів:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0; \\ 10^3 i_1 + \frac{di_2}{dt} = \sqrt{2} \cos(10^3 t + \pi / 3) + 2\sqrt{2} \cos(10^3 t - \pi / 3); \\ 10^6 \int_{-\infty}^t i_3 dt - \frac{di_2}{dt} = 3\sqrt{2} \cos(10^3 t + 2\pi / 3) - 2\sqrt{2} \cos(10^3 t - \pi / 3). \end{cases}$$

8. Для переходу до комплексної форми системи рівнянь запишемо вирази для падінь напруг на відповідних елементах та ЕРС в **комплексній формі**:

$$\dot{U}_1 = R\dot{I}_1; \dot{U}_2 = j\omega L\dot{I}_2; \dot{U}_3 = \dot{I}_3 / j\omega C;$$

$$\dot{E}_1 = E_1 e^{j\varphi_1} = e^{j\pi/3} = \cos(\pi / 3) + j \sin(\pi / 3) = (0,5 + 0,866j) \text{ В};$$

$$\dot{E}_2 = E_2 e^{j\varphi_2} = 2e^{-j\pi/3} = 2(\cos(-\pi / 3) + j \sin(-\pi / 3)) = (1 - 1,73j) \text{ В};$$

$$\dot{E}_3 = E_3 e^{j\varphi_3} = 3e^{j2\pi/3} = 3(\cos(2\pi / 3) + j \sin(2\pi / 3)) = (-1,5 + 2,6j) \text{ В}.$$

9. Після підстановки виразів, отриманих в п. 8, в (3), система рівнянь, складена за законами Кірхгофа, набуде вигляду:



$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0; \\ R \cdot \dot{I}_1 + j\omega L \cdot \dot{I}_2 = 1,5 - 0,866j; \\ \frac{1}{j\omega C} \cdot \dot{I}_3 - j\omega L \cdot \dot{I}_2 = -2,5 + 4,33j. \end{cases}$$

10. Кінцевий вигляд системи з урахуванням заданих значень параметрів елементів:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0; \\ 10^3 \cdot \dot{I}_1 + j \cdot 10^3 \dot{I}_2 = 1,5 - 0,866j; \\ -j \cdot 10^3 \dot{I}_3 - j \cdot 10^3 \cdot \dot{I}_2 = -2,5 + 4,33j. \end{cases}$$

### 2.3. Метод контурних струмів

Метод контурних струмів є одним з символічних методів розрахунку електромагнітних процесів в електричних колах. Він полягає в тому, що на основі другого закону Кірхгофа визначають так звані **контурні струми**, а потім з їх допомогою струми в усіх вітках електричного кола [5].

Кількість рівнянь, за другим законом Кірхгофа для визначення контурних струмів дорівнює кількості незалежних контурів.

**Власним опором контуру** називають сумарний опір елементів контуру, а **взаємним опором двох контурів** – опір, що одночасно належить двом цим контурам.

Методику розрахунку струмів в складному електричному колі за допомогою методу контурних струмів розглянемо на прикладах.

\

**Приклад 5.** Для схеми електричного кола (рис. 4), отримати вирази для струмів в усіх вітках методом контурних струмів.

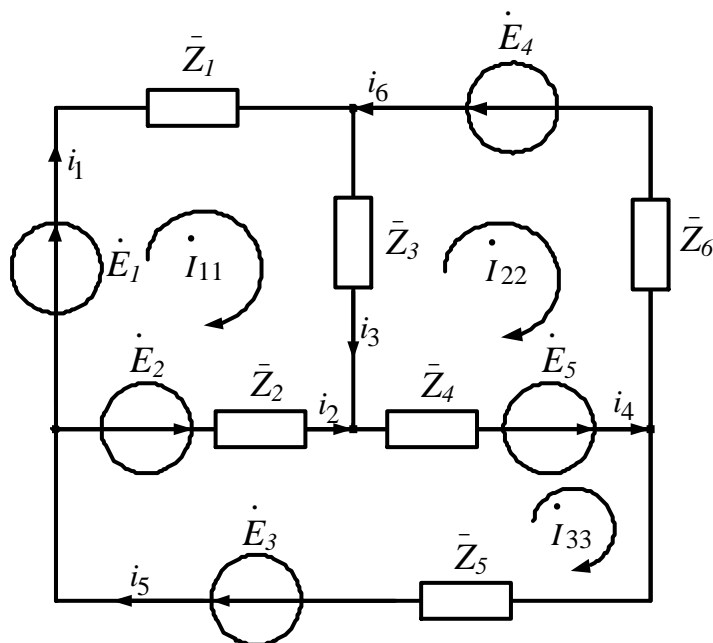


Рис. 4

### Розв'язок

1. Задаємо напрями струмів у вітках  $i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6$ , а також напрями контурних струмів  $\dot{I}_{11}, \dot{I}_{22}, \dot{I}_{33}$  (рис. 4).
2. Визначаємо кількість незалежних контурів:  $v - u + 1 = 3$ , тому система для знаходження контурних струмів буде містити три рівняння.
3. Для незалежних контурів  $\bar{Z}_1 - \bar{Z}_3 - \bar{Z}_2$ ,  $\bar{Z}_3 - \bar{Z}_6 - \bar{Z}_4$  та  $\bar{Z}_2 - \bar{Z}_4 - \bar{Z}_5$  складаємо систему рівнянь, яка відображає рівність контурних ЕРС падінням напруги на власних та взаємних опорах контурів при протіканні контурних струмів:

$$\begin{cases} \bar{Z}_{11} \dot{I}_{11} - \bar{Z}_{12} \dot{I}_{22} - \bar{Z}_{13} \dot{I}_{33} = \dot{E}_{11}; \\ -\bar{Z}_{21} \dot{I}_{11} + \bar{Z}_{22} \dot{I}_{22} - \bar{Z}_{23} \dot{I}_{33} = \dot{E}_{22}; \\ -\bar{Z}_{31} \dot{I}_{11} - \bar{Z}_{32} \dot{I}_{22} + \bar{Z}_{33} \dot{I}_{33} = \dot{E}_{33}. \end{cases} \quad (4)$$

де  $\dot{E}_{11}, \dot{E}_{22}, \dot{E}_{33}$  – контурні ЕРС (алгебраїчна сума всіх ЕРС контуру. Знак, з яким кожна ЕРС входить до суми, визначають шляхом співставлення напрямків контурного струму й ЕРС. Якщо вони співпадають – знак плюс, якщо протилежні – мінус);  $\bar{Z}_{11}, \bar{Z}_{22}, \bar{Z}_{33}$  – власні опори контурів;  $\bar{Z}_{12}, \bar{Z}_{13}, \bar{Z}_{21}, \bar{Z}_{23}, \bar{Z}_{31}, \bar{Z}_{32}$  – спільні опори контурів.

$$\begin{aligned} \dot{E}_{11} &= \dot{E}_1 - \dot{E}_2; \quad \dot{E}_{22} = -\dot{E}_4 - \dot{E}_5; \quad \dot{E}_{33} = \dot{E}_2 + \dot{E}_5 + \dot{E}_3; \\ \bar{Z}_{11} &= \bar{Z}_1 + \bar{Z}_3 + \bar{Z}_2; \quad \bar{Z}_{22} = \bar{Z}_3 + \bar{Z}_6 + \bar{Z}_4; \quad \bar{Z}_{33} = \bar{Z}_2 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_5; \\ \bar{Z}_{12} &= \bar{Z}_{21} = \bar{Z}_3; \quad \bar{Z}_{13} = \bar{Z}_{31} = \bar{Z}_2; \quad \bar{Z}_{23} = \bar{Z}_{32} = \bar{Z}_4. \end{aligned}$$

Доданки, що містять взаємний опір, входять до рівняння зі знаком плюс, якщо напрями контурних струмів, що протікають через спільний опір, співпадають, і зі знаком мінус – якщо напрями контурних струмів протилежні.

Підставивши вирази для контурних ЕРС, власних та спільних опорів у систему (4), отримаємо:

$$\begin{cases} (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3 + \bar{Z}_2) \dot{I}_{11} - \bar{Z}_3 \dot{I}_{22} - \bar{Z}_2 \dot{I}_{33} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2; \\ -\bar{Z}_3 \dot{I}_{11} + (\bar{Z}_3 + \bar{Z}_6 + \bar{Z}_4) \dot{I}_{22} - \bar{Z}_4 \dot{I}_{33} = -\dot{E}_4 - \dot{E}_5; \\ -\bar{Z}_2 \dot{I}_{11} - \bar{Z}_4 \dot{I}_{22} + (\bar{Z}_2 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_5) \dot{I}_{33} = \dot{E}_2 + \dot{E}_5 + \dot{E}_3. \end{cases}$$

Система рівнянь для знаходження контурних струмів  $\dot{I}_{11}, \dot{I}_{22}, \dot{I}_{33}$  у символній векторно-матричній формі матиме вигляд:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \bar{Z}_1 + \bar{Z}_3 + \bar{Z}_2 & -\bar{Z}_3 & -\bar{Z}_2 \\ \hline -\bar{Z}_3 & \bar{Z}_3 + \bar{Z}_6 + \bar{Z}_4 & -\bar{Z}_4 \\ \hline -\bar{Z}_2 & -\bar{Z}_4 & \bar{Z}_2 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_5 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \dot{I}_{11} \\ \hline \dot{I}_{22} \\ \hline \dot{I}_{33} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ \hline \dot{E}_4 - \dot{E}_5 \\ \hline \dot{E}_2 + \dot{E}_5 + \dot{E}_3 \\ \hline \end{array}$$

і може бути легко розв'язана за допомогою пакетів прикладних програм для числового аналізу, наприклад **MATLAB**.

Струми в вітках, що належать тільки одному контуру дорівнюють контурному струму цього контуру (якщо напрям струму в вітці співпадає з напрямом контурного струму) або контурному струму зі знаком мінус (якщо напрям протилежний).

Струми у вітках, що належать одночасно декільком контурам, дорівнюють алгебраїчній сумі контурних струмів суміжних контурів (знак плюс мають контурні струми, напрям яких співпадає з напрямом струму через спільний опір, знак мінус – у тих контурних струмів, напрям яких протилежний до струму через спільний опір).

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11}; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_{33} - \dot{I}_{11}; \quad \dot{I}_3 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22}; \quad \dot{I}_4 = \dot{I}_{33} - \dot{I}_{22}; \quad \dot{I}_5 = \dot{I}_{33}; \quad \dot{I}_6 = -\dot{I}_{22}.$$

**Приклад 6.** Для схеми електричного кола (рис.5), розрахувати струми в усіх вітках методом контурних струмів, якщо:  $R_i = 1$  Ом,  $i = \overline{1,4}$ ;  $L = 1$  мГн;  $C = 1$  мФ;  $E_1 = 1$  В;  $E_2 = 2$  В;  $E_3 = 4$  В;  $\varphi_1 = \pi/2$  рад,  $\varphi_2 = \pi/3$  рад,  $\varphi_3 = \pi/6$  рад,  $f = 500/\pi$  Гц.

Записати вирази для миттєвих значень отриманих струмів.

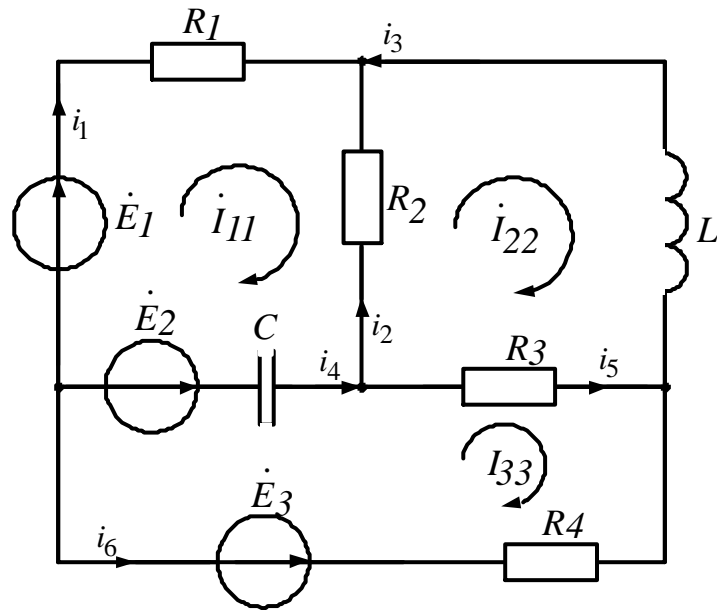


Рис. 5

### Розв'язок

1. Задаємо напрями струмів у вітках і напрями контурних струмів (рис.5).

2. Визначаємо кількість рівнянь для знаходження контурних струмів:

$$v - u + 1 = 3, \text{ тому має бути 3 рівняння.}$$

3. Складаємо систему рівнянь для контурів з контурними струмами  $\dot{I}_{11}, \dot{I}_{22}, \dot{I}_{33}$  (система буде такою ж, як (4)).

4. Обчислимо складники системи:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{11} &= \dot{E}_1 - \dot{E}_2 = e^{j\pi/2} - 2e^{j\pi/3} = \cos(\pi/2) + j\sin(\pi/2) - \\ &- 2(\cos(\pi/3) + j\sin(\pi/3)) = (-1 - 0,732j) \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\dot{E}_{22} = 0 \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_{33} &= \dot{E}_2 - \dot{E}_3 = 2e^{j\pi/3} - 4e^{j\pi/6} = 2(\cos(\pi/3) + j\sin(\pi/3)) - \\ &- 4(\cos(\pi/6) + j\sin(\pi/6)) = (-2,464 - 0,268j) \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\bar{Z}_{11} = R_1 + R_2 + 1 / j\omega C = 1 + 1 + \left( j \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \right)^{-1} = (2 - j) \text{ Ом};$$

$$\bar{Z}_{22} = R_2 + R_3 + j\omega L = 1 + 1 + j \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} = (2 + j) \text{ Ом};$$

$$\bar{Z}_{33} = R_3 + R_4 + 1 / j\omega C = 1 + 1 + \left( j \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \right)^{-1} = (2 - j) \text{ Ом};$$

$$\bar{Z}_{12} = \bar{Z}_{21} = R_2 = 1 \text{ Ом};$$

$$\bar{Z}_{13} = \bar{Z}_{31} = 1 / j\omega C = \left( j \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \right)^{-1} = -j \text{ Ом};$$

$$\bar{Z}_{23} = \bar{Z}_{32} = R_3 = 1 \text{ Ом};$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 500 / \pi = 10^3 \text{ рад/с.}$$

5. Підставляємо отримані значення до системи (4):

$$\begin{cases} (2 - j)\dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} + j\dot{I}_{33} = -1 - 0,732j; \\ -\dot{I}_{11} + (2 + j)\dot{I}_{22} - \dot{I}_{33} = 0; \\ j\dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} + (2 - j)\dot{I}_{33} = -2,464 - 0,268j. \end{cases}$$

Система рівнянь для знаходження контурних струмів  $\dot{I}_{11}, \dot{I}_{22}, \dot{I}_{33}$  у символній векторно-матричній формі:

$2 - j$	$-1$	$j$
$-1$	$2 + j$	$-1$
$j$	$-1$	$2 - j$

 $\times$ 

$\dot{I}_{11}$
$\dot{I}_{22}$
$\dot{I}_{33}$

 $=$ 

$-1 - 0,732j$
$0$
$-2,464 - 0,268j$

Розв'язок даної системи в MATLAB матиме вигляд:

```

>> A=[2-j -1 j;-1 2+j -1;j -1 2-j]
A =
    2.0000 - 1.0000i -1.0000         0 + 1.0000i
   -1.0000         2.0000 + 1.0000i -1.0000
         0 + 1.0000i -1.0000         2.0000 - 1.0000i
>> Y=inv(A)
Y =
    0.5000         0.2500 - 0.2500i    0.2500 - 0.2500i
    0.2500 - 0.2500i    0.5000 - 0.5000i    0.2500 - 0.2500i
    0.2500 - 0.2500i    0.2500 - 0.2500i    0.5000
>> B=[-1-0.732j;0;-2.464-0.268j]
B =
   -1.0000 - 0.7320i
         0
   -2.4640 - 0.2680i
>> X=Y*B
X =
   -1.1830 + 0.1830i
   -1.1160 + 0.6160i
   -1.6650 - 0.0670i

```

Т.ч.,

$$\dot{I}_{11} = (-1,183 + 1,183j) A;$$

$$\dot{I}_{22} = (-1,116 + 0,616j) A;$$

$$\dot{I}_{33} = (-1,665 - 0,067j) A.$$

6. За наведеними правилами знайдемо струми у вітках кола:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} = (-1,183 + 0,183j) A;$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{22} - \dot{I}_{11} = -1,116 + 0,616j + 1,183 - 1,183j = (0,067 + 0,433j) A;$$

$$\dot{I}_3 = -\dot{I}_{22} = (1,116 + 0,616j) A;$$

$$\dot{I}_4 = \dot{I}_{33} - \dot{I}_{11} = -1,665 - 0,067j + 1,183 - 1,183j = (-0,482 - 0,25j) A;$$

$$\dot{I}_5 = \dot{I}_{33} - \dot{I}_{22} = -1,665 - 0,067j + 1,116 - 0,616j = (-0,549 - 0,683j) A;$$

$$\dot{I}_6 = -\dot{I}_{33} = (1,665 + 0,067j) A;$$

7. Миттєві значення отриманих струмів запишемо згідно виразу:

$$i_i(t) = I_{mi} \cos(\omega t + \varphi_i), i = \overline{1,6}.$$

8. Амплітудні значення струмів розрахуємо згідно (1):

$$I_{m1} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(-1,183)^2 + (0,183)^2} = 1,69 \text{ A};$$

$$I_{m2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(0,067)^2 + (0,433)^2} = 0,62 \text{ A};$$

$$I_{m3} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(1,116)^2 + (-0,616)^2} = 1,8 \text{ A};$$

$$I_{m4} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(-0,482)^2 + (-0,25)^2} = 0,78 \text{ A};$$

$$I_{m5} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(-0,549)^2 + (-0,683)^2} = 1,24 \text{ A};$$

$$I_{m6} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(1,665)^2 + (0,067)^2} = 2,36 \text{ A}.$$

9. Початкові фази струмів розрахуємо згідно (2):

$$\varphi_1 = \arctg \frac{0,183}{(-1,183)} + \pi = 2,99 \text{ рад};$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{0,433}{0,067} = 1,42 \text{ рад};$$

$$\varphi_3 = \arctg \frac{(-0,616)}{1,116} = -0,5 \text{ рад};$$

$$\varphi_4 = \arctg \frac{(-0,25)}{(-0,482)} + \pi = 3,62 \text{ рад};$$

$$\varphi_5 = \arctg \frac{(-0,683)}{(-0,549)} + \pi = 4,04 \text{ рад};$$

$$\varphi_6 = \arctg \frac{0,067}{1,665} = 0,04 \text{ рад};$$

Отже, миттєві значення струмів

$$i_1(t) = 1,69 \cos(10^3 t + 2,99) \text{ A};$$



$$i_2(t) = 0,62 \cos(10^3 t + 1,417) \text{ A};$$

$$i_3(t) = 1,8 \cos(10^3 t - 0,504) \text{ A};$$

$$i_4(t) = 0,78 \cos(10^3 t + 3,62) \text{ A};$$

$$i_5(t) = 1,24 \cos(10^3 t + 4,04) \text{ A};$$

$$i_6(t) = 2,36 \cos(10^3 t + 0,04) \text{ A}.$$

## 2.4. Баланс потужностей

Для того, щоб бути впевненим у вірності отриманих результатів при розрахунках електромагнітних процесів в складних електричних колах, слід проводити незалежну перевірку отриманих даних. Така перевірка може бути проведена шляхом зведення балансу активних та реактивних потужностей.

**Баланс активних потужностей:** сумарна активна потужність усіх  $m$  джерел енергії дорівнює сумарній активній потужності усіх  $n$  резисторів кола [6].

$$\sum_{k=1}^m P_k^E = \sum_{k=1}^n P_k^R,$$

де  $P_k^E$  – активна потужність  $k$ -го джерела,  $P_k^R$  – активна потужність  $k$ -го резистора.

**Баланс реактивних потужностей:** сумарна реактивна потужність усіх  $m$  джерел енергії дорівнює сумарній реактивній потужності усіх  $n$  реактивних елементів кола.

$$\sum_{k=1}^m Q_k^E = \sum_{k=1}^n Q_k^X,$$

де  $Q_k^E$  – реактивна потужність  $k$ -го джерела,  $Q_k^X$  – реактивна потужність  $k$ -го реактивного елемента.

Аналогічно формулюється закон балансу комплексних потужностей .

Сумарна комплексна потужність усіх  $m$  джерел енергії дорівнює сумарній комплексній потужності усіх  $n$  пасивних елементів кола

$$\sum_{k=1}^m \tilde{S}_k^E = \sum_{k=1}^m \dot{E}_k \hat{I}_k = \sum_{k=1}^n (P_k^E + jQ_k^E) = \sum_{k=1}^n (P_k^R + jQ_k^X) = \sum_{k=1}^n \bar{Z}_k I_k^2 = \sum_{k=1}^n \tilde{S}_k^Z, [8]$$

де  $\dot{E}_k$  – комплекс діючого значення ЕРС  $k$ -го джерела,  $\hat{I}_k$  – спряжений комплекс діючого значення струму, що тече в вітці з цим джерелом;  $\bar{Z}_k$  – комплексний опір  $k$ -го пасивного елемента,  $I_k^2$  – квадрат діючого значення струму, що тече в вітці з цим пасивним елементом,.

Розглянемо приклади зведення балансу потужностей.

**Приклад 7.** Звести баланс потужностей для електричного кола (рис. 6) [9], у

якого:  $E_1 = 1$  В;  $E_2 = 2$  В;  $E_3 = 4$  В;  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$  рад;  $\dot{I}_1 = (-1,8 - 0,6j)$  мА;  $\dot{I}_2 = (1,8 - 2,4j)$  мА;  $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = j$  кОм;  $\bar{Z}_3 = 1$  кОм.

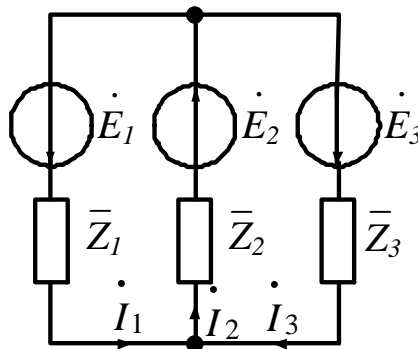


Рис. 6

### ***Розв'язок***

1. Знайдемо невідомий струм  $\dot{I}_3$  за допомогою першого закону Кірхгофа:  
 $\dot{I}_1 + \dot{I}_3 - \dot{I}_2 = 0$ . З останнього виразу

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_2 - \dot{I}_1 = (1,8 - 2,4j + 1,8 + 0,6j)10^{-3} = (3,6 - j1,8) \text{ мА}.$$

2. Розрахуємо повні потужності кожного з джерел та їх сумарну комплексну потужність:

$$\tilde{S}_{1\text{дж}} = \dot{E}_1 I_1^* = 1(-1,8 + 0,6j) \cdot 10^{-3} = (-1,8 + 0,6j) \text{ мВА};$$

$$\tilde{S}_{2\text{дж}} = \dot{E}_2 I_2^* = 2(1,8 + 2,4j)10^{-3} = (3,6 + 4,8j) \text{ мВА};$$

$$\tilde{S}_{3\text{дж}} = \dot{E}_3 I_3^* = 4(3,6 + 1,8j)10^{-3} = (14,4 + 7,2j) \text{ мВА};$$

$$\tilde{S}_{\text{дж}} = \sum_{k=1}^3 \tilde{S}_{k\text{дж}} = (16,2 + 12,6j) \text{ мВА};$$

3. Розрахуємо квадрати діючих значень струмів, що течуть через пасивні елементи кола:

$$I_1^2 = ((-1,8)^2 + (-0,6)^2)10^{-6} = 3,6 \text{ мкА}^2;$$

$$I_2^2 = ((1,8)^2 + (2,4)^2)10^{-6} = 9 \text{ мкА}^2;$$

$$I_3^2 = 16,2 \text{ мкА}^2.$$

4. Розрахуємо потужності, що споживають елементи кола:

$$\tilde{S}_{1\text{сп}} = \bar{Z}_1 I_1^2 = 3,6j \text{ мВА};$$

$$\tilde{S}_{2\text{сп}} = \overline{Z}_2 I_2^2 = 9j \text{ мВА};$$

$$\tilde{S}_{3\text{сп}} = \overline{Z}_3 I_3^2 = 16,2 \text{ мВА}.$$

5. Повна потужність, що споживається елементами кола:

$$\tilde{S}_{\text{сп}} = \sum_{k=1}^3 \tilde{S}_{k\text{сп}} = 16,2 + 12,6j \text{ мВА}.$$

6. Отримані у пунктах 2 та 5 результати свідчать, що закон балансу потужностей виконується.

**Приклад 8.** Для схеми електричного кола (рис. 7) [9], розрахувати струми в усіх вітках, якщо  $L=1\text{мГн}$ ;  $C=1\text{мФ}$ ;  $E_1=1 \text{ В}$ ;  $E_2=2 \text{ В}$ ;  $R=3 \text{ Ом}$ ;  $f=500/\pi \text{ Гц}$ ;  $\varphi_1=\varphi_2=0 \text{ рад}$ .

Правильність розрахунків перевірити шляхом зведення балансу потужностей.

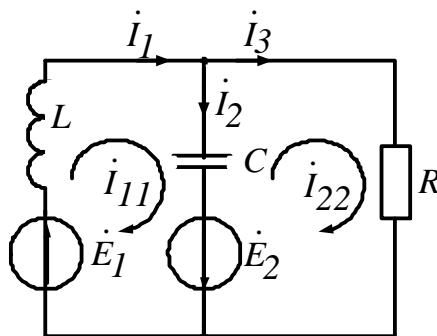


Рис. 7

### **Розв'язок**

1. Задаємо напрями струмів у вітках і напрями контурних струмів (рис. 7).
2. Визначаємо кількість рівнянь для знаходження контурних струмів:  $p - q + 1 = 2$ .  
Таким чином, система буде містити 2 рівняння:

$$\begin{cases} \dot{I}_{11}(j\omega L + 1/j\omega C) - \dot{I}_{22}/j\omega C = \dot{E}_1 + \dot{E}_2; \\ \dot{I}_{22}(R + 1/j\omega C) - \dot{I}_{11}/j\omega C = -\dot{E}_2. \end{cases}$$

Враховуючи, що

$$j\omega L = j \cdot 2\pi(500/\pi)10^{-3} = j;$$

$$1/j\omega C = \left(j \cdot 2\pi(500/\pi)10^{-3}\right)^{-1} = -j;$$

$$\dot{E}_1 + \dot{E}_2 = 1 + 2 = 3,$$

отримаємо:

$$\dot{I}_{11}(j - j) + j\dot{I}_{22} = 3 \Rightarrow \dot{I}_{22} = (-3j) \text{ A.}$$

З другого рівняння системи:

$$-3j(3 - j) + \dot{I}_{11} \cdot j = -2 \Leftrightarrow -9j - 3 + \dot{I}_{11} \cdot j + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\dot{I}_{11} = \frac{1 + 9j}{j} = 9 - j \text{ A.}$$

3. За відомими правилами знайдемо струми у вітках кола:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} = 9 - j \text{ A};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} = 9 - j + 3j = 9 + 2j \text{ A};$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{22} = (-3j) \text{ A.}$$

4. Розрахуємо потужності, що віддають у коло джерела енергії та загальну потужність джерел:

$$\tilde{S}_{1\text{дж}} = \dot{E}_1 I_1^* = 1(9 + j) = 9 + j \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_{2\text{дж}} = \dot{E}_2 I_2^* = 2(9 - 2j) = 18 - 4j \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_{\text{дж}} = \dot{E}_1 I_1^* = \tilde{S}_{1\text{дж}} + \tilde{S}_{2\text{дж}} = 27 - 3j \text{ ВА}.$$

5. Розрахуємо квадрати модулів струмів, що течуть через пасивні елементи кола:

$$I_1^2 = 81 + 1 = 82 \text{ А}^2; \quad I_2^2 = 81 + 4 = 85 \text{ А}^2; \quad I_3^2 = 9 \text{ А}^2.$$

6. Розрахуємо потужності, що споживають елементи кола:

$$\tilde{S}_{\text{лсп}} = j\omega L I_1^2 = j \cdot 82 = (82j) \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_{\text{2сп}} = (1 / j\omega C) I_2^2 = (-j) \cdot 85 = -85j \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_{\text{3сп}} = R I_3^2 = 3 \cdot 9 = 27 \text{ ВА}.$$

7. Повна потужність, що споживається пасивними елементами кола:

$$\tilde{S}_{\text{сп}} = \sum_{k=1}^3 \tilde{S}_{\text{ксп}} = \dot{Z}_1 I_1^2 = 27 - 3j \text{ ВА}.$$

Отримані пунктах 4 та 7 результати свідчать, що закон балансу потужностей виконується.

## 2.5. Метод вузлових напруг

В основу метода вузлових напруг покладено перший закон Кірхгофа. При цьому струми у вітках отримують через потенціали вузлів, які вони з'єднують.

Спочатку визначають потенціали  $n - 1$  вузлів відносно базисного вузла, який обирають довільним чином, а його потенціал прирівнюють до нуля. Потенціали  $n - 1$  вузлів називають **вузловими**. Додатні напрями вузлових напруг завжди обирають до базисного вузла.

Суть і алгоритм даного метода розглянемо на прикладах.

**Приклад 9.** Методом вузових напруг отримати вирази для струмів в усіх вітках схеми кола, наведеної на рис 8 [5].

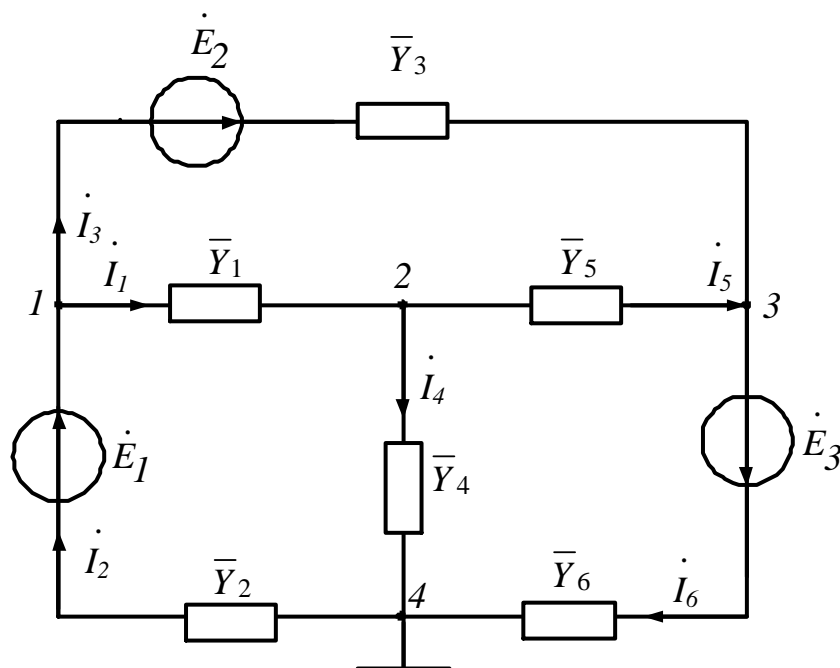


Рис. 8

### Розв'язок

1. Запропонована схема містить чотири вузли. Оберемо в якості базисного вузол 4. Його потенціал  $\varphi_4 = 0$ .

Система для знаходження вузових напруг буде містити три рівняння на основі першого закону Кірхгофа для вузлів 1, 2, 3, потенціали яких позначимо відповідно  $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3$

2. Система вузових рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 \bar{Y}_{11} - \dot{\varphi}_2 \bar{Y}_{12} - \dot{\varphi}_3 \bar{Y}_{13} = \dot{J}_{11}; \\ -\dot{\varphi}_1 \bar{Y}_{12} + \dot{\varphi}_2 \bar{Y}_{22} - \dot{\varphi}_3 \bar{Y}_{23} = \dot{J}_{22}; \\ -\dot{\varphi}_1 \bar{Y}_{31} - \dot{\varphi}_2 \bar{Y}_{32} + \dot{\varphi}_3 \bar{Y}_{33} = \dot{J}_{33}, \end{cases} \quad (5)$$

де  $\bar{Y}_{11}, \bar{Y}_{22}, \bar{Y}_{33}$  – власні провідності вузлів 1, 2, 3;  $\bar{Y}_{12}, \bar{Y}_{21}, \bar{Y}_{13}, \bar{Y}_{31}, \bar{Y}_{23}, \bar{Y}_{32}$  – взаємні провідності суміжних вузлів,  $\dot{J}_{11}, \dot{J}_{22}, \dot{J}_{33}$  – вузлові струми.

Власні провідності вузлів:

$$\bar{Y}_{11} = \bar{Y}_3 + \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2; \bar{Y}_{22} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_4; \bar{Y}_{33} = \bar{Y}_3 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6.$$

Взаємні провідності вузлів:

$$\bar{Y}_{12} = \bar{Y}_{21} = \bar{Y}_1; \bar{Y}_{13} = \bar{Y}_{31} = \bar{Y}_3; \bar{Y}_{23} = \bar{Y}_{32} = \bar{Y}_5.$$

У вузлових рівняннях перед доданками, які містять власні провідності, *завжди* стоїть знак плюс, а перед доданками, що містять взаємні провідності, *завжди* буде знак мінус.

Якщо два вузли з'єднані більш ніж однією віткою, то взаємна провідність дорівнює сумі провідностей всіх віток, що з'єднують ці два вузли. Якщо два вузли не мають спільних віток, то взаємна провідність в цьому випадку дорівнює нулю.

Вузлові струми знаходять як алгебраїчну суму струмів джерел у вітках, які підходять до вузла та добутоків провідностей віток, що з'єднані з вузлом, на ЕРС джерел, що містять ці вітки. Якщо ЕРС джерела направлена до вузла – то відповідний доданок входить до суми зі знаком плюс, в протилежному випадку – зі знаком мінус, аналогічно визначають знак доданків у вигляді джерел струму.

Вузлові струми для схеми (рис. 8):

$$\dot{J}_{11} = \dot{E}_1 \bar{Y}_2 - \dot{E}_2 \bar{Y}_3; \quad \dot{J}_{22} = 0; \quad \dot{J}_{33} = \dot{E}_2 \bar{Y}_3 - \dot{E}_3 \bar{Y}_6.$$

Розв'язавши систему (5), знаходимо потенціали  $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3$ .

3. Для знаходження струмів у вітках електричного кола задамо їх додатні напрямки (рис.8). Тоді за законом Ома:

$$\dot{I}_1 = (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) \bar{Y}_1;$$

$$\dot{I}_2 = (\dot{\phi}_4 + \dot{E}_1 - \dot{\phi}_1) \bar{Y}_2 = (\dot{E}_1 - \dot{\phi}_1) \bar{Y}_2;$$

$$\dot{I}_3 = (\dot{\phi}_1 + \dot{E}_2 - \dot{\phi}_3) \bar{Y}_3;$$



$$\dot{I}_4 = (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_4) \bar{Y}_4 = \dot{\phi}_2 \bar{Y}_4;$$

$$\dot{I}_5 = (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_3) \bar{Y}_5;$$

$$\dot{I}_6 = (\dot{\phi}_3 + \dot{E}_3 - \dot{\phi}_4) \bar{Y}_6 = (\dot{\phi}_3 + \dot{E}_3) \bar{Y}_6.$$

**Приклад 10.** Розрахувати струм, що тече через котушку індуктивності  $L$  у схемі кола (рис. 9) методом вузлових напруг, якщо:  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1$  Ом ;  $E_1 = 1$  В;  $E_2 = 2$  В;  $\phi_1 = 0$  рад;  $\phi_2 = \pi/3$  рад;  $\omega = 10^3$  рад/с;  $L = 1$  мГн;  $C = 1$  мФ.

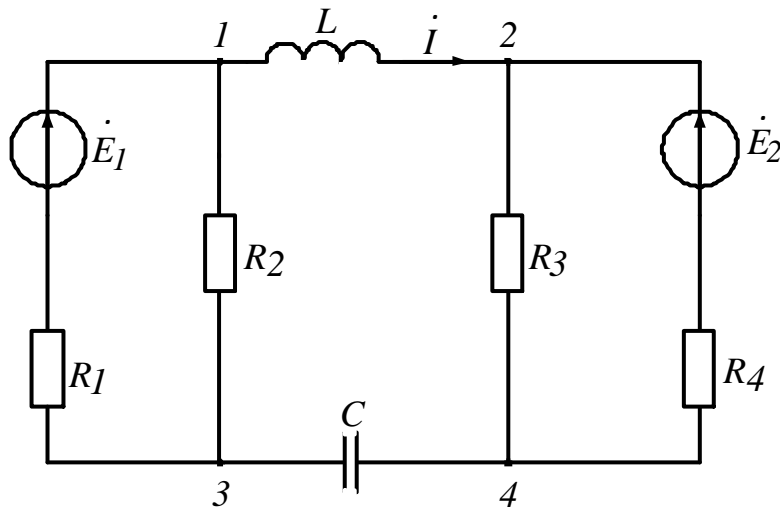


Рис. 9

### Розв'язок

1. Прийmemo за базисний вузол з номером 2, його потенціал  $\phi_2 = 0$ .
2. Система рівнянь вузлових напруг має вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\phi}_1 \bar{Y}_{11} - \dot{\phi}_3 \bar{Y}_{12} = \dot{J}_{11}; \\ -\dot{\phi}_1 \bar{Y}_{31} + \dot{\phi}_3 \bar{Y}_{33} - \dot{\phi}_4 \bar{Y}_{34} = \dot{J}_{33}; \\ -\dot{\phi}_3 \bar{Y}_{43} + \dot{\phi}_4 \bar{Y}_{44} = \dot{J}_{44}. \end{cases} \quad (6)$$

2. Власні провідності вузлів 1, 3, 4:

$$\bar{Y}_{11} = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/j\omega L = 1 + 1 + (j \cdot 10^3 \cdot 10^{-3})^{-1} = (2 - j) \text{ СМ};$$

$$\bar{Y}_{33} = 1/R_1 + 1/R_2 + j\omega C = 1 + 1 + j \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} = (2 + j) \text{ СМ};$$

$$\bar{Y}_{44} = j\omega C + 1/R_3 + 1/R_4 = j \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} + 1 + 1 = (2 + j) \text{ СМ}.$$

Взаємні провідності:

$$\bar{Y}_{13} = \bar{Y}_{31} = 1/R_1 + 1/R_2 = 1 + 1 = 2 \text{ СМ};$$

$$\bar{Y}_{34} = \bar{Y}_{43} = j\omega C = j \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} = j \text{ СМ}.$$

Вузлові струми:

$$\dot{J}_{11} = \dot{E}_1/R_1 = 1/1 = 1 \text{ А}; \quad \dot{J}_{33} = -\dot{E}_1/R_1 = -1/1 = -1 \text{ А};$$

$$\dot{J}_{44} = -\dot{E}_2/R_4 = -2(\cos(\pi/3) + j\sin(\pi/3))/1 = (-1 - 1,7j) \text{ А}.$$

Підставляємо отримані вирази в систему рівнянь (6):

$$\begin{cases} \dot{\phi}_1(2 - j) - \dot{\phi}_3 \cdot 2 = 1; \\ -\dot{\phi}_1 \cdot 2 + \dot{\phi}_3(2 + j) - \dot{\phi}_4 \cdot j = -1; \\ -\dot{\phi}_3 \cdot j + \dot{\phi}_4(2 + j) = -1 - 1,7j. \end{cases}$$

3. Система рівнянь для знаходження вузлових потенціалів  $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_3, \dot{\phi}_4$  у символній векторно-матричній формі:

$2 - j$	$-2$	$0$
$-2$	$2 + j$	$-j$
$0$	$-j$	$2 + j$

 $\times$ 

$\dot{\phi}_1$
$\dot{\phi}_3$
$\dot{\phi}_4$

 $=$ 

$1$
$-1$
$-1 - 1,7j$

Розв'язок даної системи в MATLAB матиме вигляд:

```

>> A=[2-j -2 0;-2 2+j -j;0 -j 2+j]
A =
    2.0000 - 1.0000i -2.0000         0
   -2.0000         2.0000 + 1.0000i    0 - 1.0000i
         0         0 - 1.0000i    2.0000 + 1.0000i
>> Y=inv(A)
Y =
    1.0000 + 1.0000i    1.0000 + 0.5000i    0 + 0.5000i
    1.0000 + 0.5000i    1.2500 + 0.0000i    0.2500 + 0.5000i
   -0.0000 + 0.5000i    0.2500 + 0.5000i    0.2500 + 0.0000i
>> B=[1;-1;-1-1.7j]
B =
    1.0000
   -1.0000
  -1.0000 - 1.7000i
>> X=Y*B
X =
    0.8500
    0.3500 - 0.4250i
   -0.5000 - 0.4250i

```

Тобто  $\varphi_1 = 0,85$  В.

Таким чином, струм, що тече через індуктивність  $L$  дорівнює:

$$\dot{I} = (\varphi_1 - \varphi_2) / j\omega L = 0,85 / j \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} = (-0,85 j) \text{ А.}$$

## 2.6. Метод еквівалентного генератора

Метод еквівалентного генератора доцільно використовувати в тих випадках, коли при аналізі складного електричного кола необхідно знайти струм лише в одній з віток. Цей символічний метод розрахунку електромагнітних процесів базується на **теоремі про активний двополюсник [6]**: активний двополюсник (двополюсник, що містить джерела енергії) можна замінити еквівалентним джерелом напруги, ЕРС якого дорівнює напрузі розриву на затискачах двополюсника (при цьому вітку, струм якої необхідно знайти, розмикають), а внутрішній опір дорівнює вхідному опору того самого, але пасивного двополюсника (із початкової схеми виключають усі джерела енергії, при цьому вітка, струм якої нас цікавить, лишається розімкненою).

Розглянемо алгоритм використання методу на прикладах.

**Приклад 11.** Для схеми електричного кола (рис.10), розрахувати струм через елемент  $\bar{Z}_3$  методом еквівалентного джерела ЕРС [6].

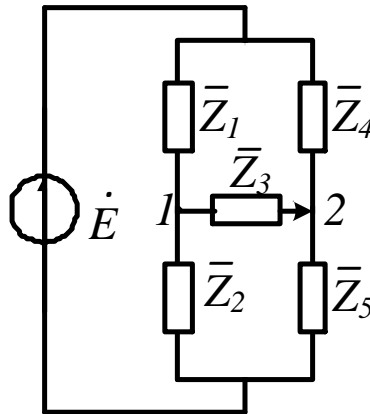


Рис. 10

### Розв'язок

1. За теоремою про активний двополюсник, виділяємо вітку 1-2, струм якої необхідно знайти, а коло без цієї вітки будемо розглядати як активний двополюсник, який замінимо еквівалентним джерелом з ЕРС  $\dot{E}_{екв}$  та внутрішнім опором  $\bar{Z}_{іекв}$  (рис. 11).

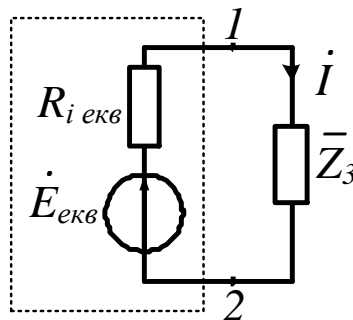


Рис. 11

2. Знайдемо параметри еквівалентного джерела ЕРС.

Для отримання  $\dot{E}_{екв}$  розриваємо вітку, що містить  $\bar{Z}_3$ .

Зі схеми (рис. 12) знаходимо:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\text{екв}} = \dot{U}_P = \dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2 &= \dot{I}_1 \bar{Z}_2 - \dot{I}_2 \bar{Z}_5 = \\ &= \frac{\dot{E}}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)} \bar{Z}_2 - \frac{\dot{E}}{(\bar{Z}_4 + \bar{Z}_5)} \bar{Z}_5 = \frac{(\bar{Z}_2 \bar{Z}_4 - \bar{Z}_1 \bar{Z}_5) \dot{E}}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)(\bar{Z}_4 + \bar{Z}_5)}. \end{aligned}$$

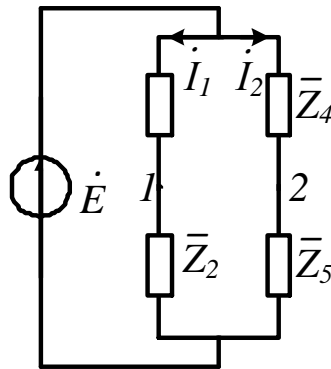


Рис. 12

Для знаходження внутрішнього опору еквівалентного джерела ЕРС, замикаємо накоротко джерело на рис. 12, після чого двополюсник стає пасивним.

Зі схеми (рис. 13) визначаємо:

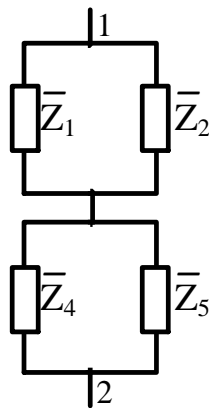


Рис. 13

$$\bar{Z}_{i\text{екв}} = \bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{45} = \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} + \frac{\bar{Z}_4 \bar{Z}_5}{\bar{Z}_4 + \bar{Z}_5}$$

3. Зі схеми (рис. 11) визначаємо струм через елемент  $\bar{Z}_3$ :

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_{\text{екв}}}{\bar{Z}_{\text{іекв}} + \bar{Z}_3} = \frac{(\bar{Z}_2 \bar{Z}_4 - \bar{Z}_4 \bar{Z}_5) \dot{E}}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 (\bar{Z}_4 + \bar{Z}_5) + \bar{Z}_4 \bar{Z}_5 (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) + \bar{Z}_3 (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) (\bar{Z}_4 + \bar{Z}_5)}$$

**Приклад 12.** В схемі електричного кола (рис. 14), розрахувати струм через елемент  $R_2$  методом еквівалентного джерела ЕРС, якщо:  $\dot{E} = 2e^{j\pi/2}$  В;  $\omega = 10^3$  рад/с;  $R_1 = 2$  Ом;  $R_2 = 1$  Ом;  $L = 10$  мГн;  $C_1 = C_2 = 1$  мкФ.

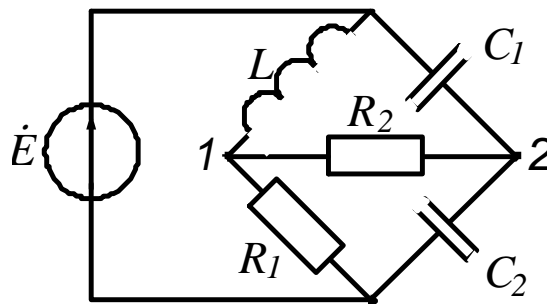


Рис. 14

### Розв'язок

1. За теоремою про активний двополюсник, виділяємо вітку 1-2, струм якої необхідно знайти, а електричне коло без цієї вітки будемо розглядати як активний двополюсник, який замінимо еквівалентним джерелом з ЕРС  $\dot{E}_{\text{екв}}$  та внутрішнім опором  $R_{\text{іекв}}$  (рис.15)

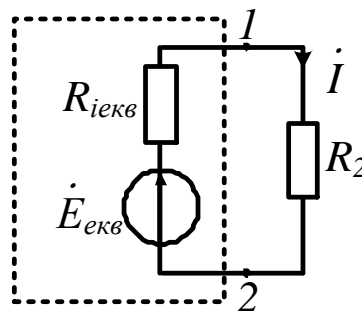


Рис. 15

2. Знайдемо параметри еквівалентного джерела ЕРС.

Для отримання  $\dot{E}_{\text{екв}}$  в схемі (рис.14) розриваємо вітку, що містить  $R_2$ . Із схеми (рис. 16) знаходимо:

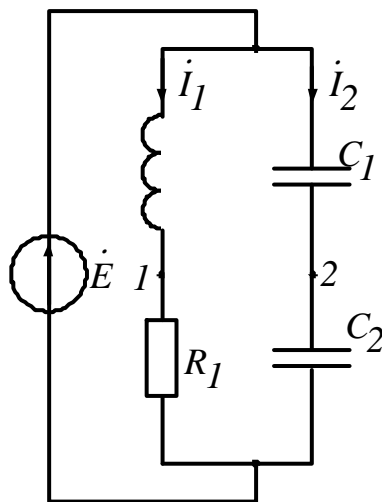


Рис. 16

$$\begin{aligned}
 \dot{E}_{\text{екв}} &= \dot{U}_{\text{xx}} = \dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2 = \dot{I}_1 R_1 - \dot{I}_2 / j\omega C_2 = \\
 &= \dot{E} R_1 / (j\omega L + R_1) - \left( \frac{\dot{E} j\omega(C_1 C_2)}{(C_1 + C_2)} \right) / j\omega C_2 = \\
 &= 2e^{j\pi/2} \cdot 2 / (j \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} + 2) - \\
 &= -2e^{j\pi/2} \cdot j \cdot 10^3 \cdot 10^{-12} / 2 \cdot 10^{-6} j \cdot 10^3 \cdot 10^{-6} = \\
 &= (-0,615 + 0,077j) \text{ В.}
 \end{aligned}$$

Для знаходження внутрішнього опору еквівалентного джерела ЕРС, видаляємо шляхом замикання джерело на рис. 16, після чого двополіусник стає пасивним. Зі схеми (рис. 17) визначаємо:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{ieKB} &= \frac{R_1 \cdot j\omega L}{R_1 + j\omega L} + \frac{1}{2 \cdot j\omega C} = \frac{2 \cdot j \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2 + j \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} + \\ &+ \frac{1}{2 \cdot j \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}} = (1,923 - 499,615j) \text{ Ом.}\end{aligned}$$

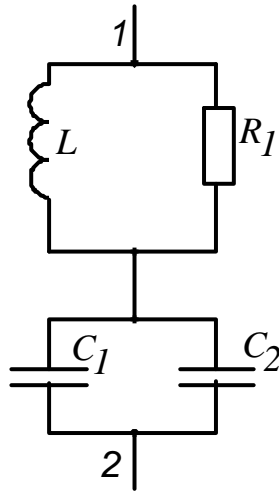


Рис. 17

2. Зі схеми (рис. 15) визначаємо струм через елемент  $R_2$ :

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_{eKB}}{\bar{Z}_{ieKB} + R_2} = \frac{-0,615 + 0,077j}{1,923 - 499,615j + 1} = (-0,16 - 1,23j) \text{ мА.}$$

## 2.7. Приклад виконання завдання РГР

Формулюємо пункти завдання відповідно до варіанту 0.

1) Навести рядок таблиці 2 (додаток 1) згідно отриманого номеру варіанту. Схему електричного кола (рис. 1) доповнити реактивними елементами та джерелами синусоїдної напруги відповідно до завдання, розрахувати їх параметри та накреслити схему отриманого первісного кола, що складається з фізичних елементів. Накреслити комплексну схему заміщення первісного кола, розрахувати



параметри її елементів та скласти системи рівнянь електричної рівноваги за законами Кірхгофа в комплексній та інтегро-диференційній формах.

Для всіх варіантів:

$$f = 50 \text{ Гц}, e_i(t) = E_{mi} \cos(\omega t + \varphi_i), \quad i = \overline{1,2}; \quad E_{m1} = 10\text{В}; \quad E_{m2} = 20\text{В}.$$

Таблиця 2. Параметри елементів кола (рис.1) відповідно до номеру варіанту.

Варіант	$X_1,$ Ом	$X_2,$ Ом	$X_3,$ Ом	$X_4,$ Ом	$X_5,$ Ом	$X_6,$ Ом	$\varphi_1,$ рад	$\varphi_2,$ рад	$i$	$j$	$k$
0	4	-2	0	3	-1	2	$\pi/4$	$-\pi/3$	1	2	6

Розраховуємо параметри реактивних елементів на циклічній частоті

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 100\pi = 314 \text{ рад/с}.$$

Додатні значення реактивних опорів віток відповідають індуктивностям

$$L_1 = \frac{X_1}{2\pi f} = \frac{4}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 0,012738 = 12,738 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 12,738 \text{ мГн};$$

$$L_4 = \frac{X_4}{2\pi f} = \frac{3}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 0,009554 = 9,554 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 9,554 \text{ мГн};$$

$$L_6 = \frac{X_6}{2\pi f} = \frac{2}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 0,006369 = 6,369 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 6,369 \text{ мГн}.$$

Від'ємні значення реактивних опорів віток відповідають ємностям

$$C_2 = \frac{1}{2\pi f(-X_2)} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 2} = 0,00159 = 1,59 \cdot 10^{-3} \text{ Ф} = 1,59 \text{ мФ};$$

$$C_5 = \frac{1}{2\pi f(-X_5)} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 1} = 0,003185 = 3,185 \cdot 10^{-3} \text{ Ф} = 3,185 \text{ мФ}.$$

При нульовому значенні реактивного опору вітка не містить реактивних елементів.

Миттєві значення ЕРС мають вигляд:

$$e_1(t) = E_{m_1} \cos(\omega t + \varphi_1) = 10 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right);$$

$$e_2(t) = E_{m_2} \cos(\omega t + \varphi_2) = 20 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right).$$

В програмному середовищі EWB або Multisim формуємо первісну схему досліджуваного кола (рис.18).

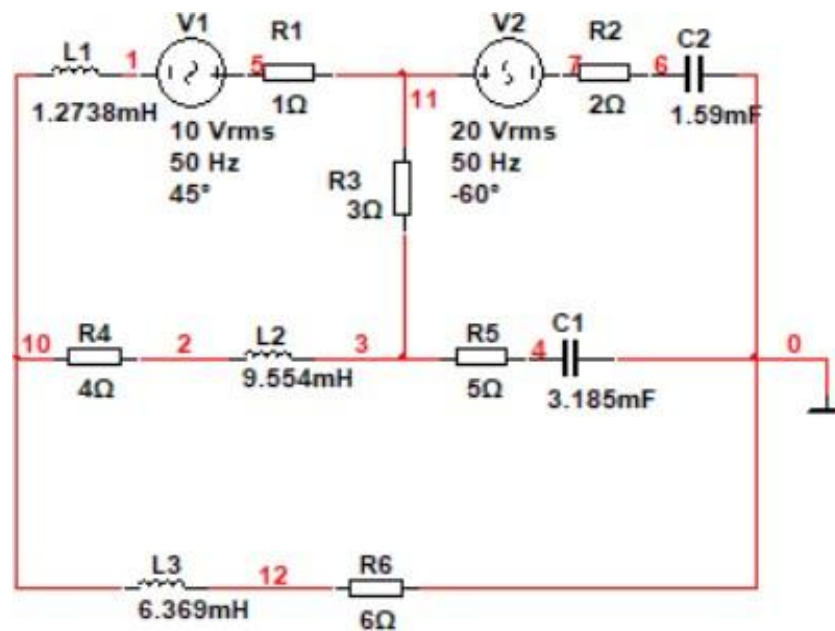


Рис.18

Розрахунок параметрів комплексної схеми заміщення (рис. 19).

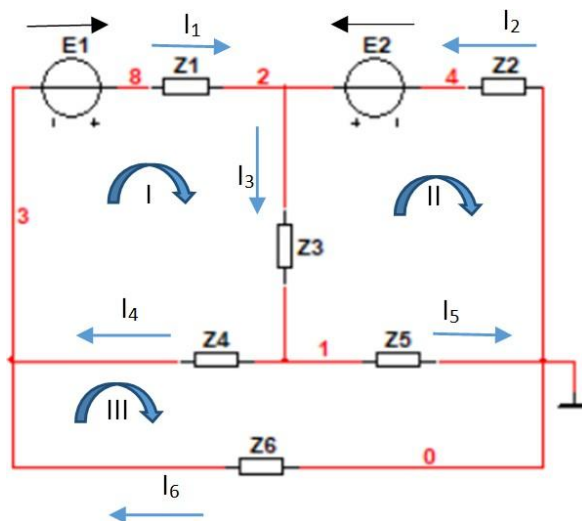


Рис.19

Комплексні опори мають такі числові значення:

$$\overline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 1 + j \cdot 314 \cdot 12,738 \cdot 10^{-3} = (1 + 4j) \text{ Ом};$$

$$\overline{Z}_2 = R_2 - \frac{1}{j\omega C_2} = 2 - \frac{1}{j \cdot 314 \cdot 0,00159} = (2 - 2j) \text{ Ом};$$

$$\overline{Z}_3 = R_3 = 3 \text{ Ом};$$

$$\overline{Z}_4 = R_4 + j\omega L_4 = 4 + j \cdot 314 \cdot 0,009554 = (4 + 3j) \text{ Ом};$$

$$\overline{Z}_5 = R_5 - \frac{1}{j\omega C_5} = 5 - \frac{1}{j \cdot 314 \cdot 0,003185} = (5 - j) \text{ Ом};$$

$$\overline{Z}_6 = R_6 + j\omega L_6 = 6 + j \cdot 314 \cdot 0,006369 = (6 + 2j) \text{ Ом}.$$

Параметри джерел напруги є комплексними діючих значень їх ЕРС:

$$\dot{E}_1 = E_1 e^{j\varphi_1} = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}} = \frac{10}{\sqrt{2}} \left( \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + j \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) = \frac{10}{\sqrt{2}} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} j \right) = (5 + 5j) \text{ В};$$

$$\dot{E}_2 = E_2 e^{j\varphi_2} = \frac{20}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{\pi}{3}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \left( \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + j \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right) = (5\sqrt{2} - 5\sqrt{6}j) \text{ В}.$$

Здійснюємо топологічну діагностику комплексної схеми заміщення. Кількість вузлів  $u = 4$ , незалежних вузлів  $u-1=3$ , тому за першим законом Кірхгофа необхідно скласти три рівняння. Кількість віток  $v = 6$ ; кількість незалежних контурів  $v-u+1=3$ , тому за другим законом Кірхгофа необхідно скласти три рівняння.

Позначивши напрями струмів, складаємо рівняння за першим законом

Кірхгофа для комплексних струмів:

$$\text{Вузол 1: } \dot{I}_3 - \dot{I}_4 - \dot{I}_5 = 0;$$

$$\text{Вузол 2: } \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0;$$

$$\text{Вузол 3: } \dot{I}_6 + \dot{I}_4 - \dot{I}_1 = 0.$$

Позначивши напрями обходу незалежних контурів, складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа для комплексних напруг, виражених через комплексні струми та опори віток:

$$\text{Контур I: } \dot{E}_1 = \dot{I}_1 \overline{Z_1} + \dot{I}_3 \overline{Z_3} + \dot{I}_4 \overline{Z_4};$$

$$\text{Контур II: } -\dot{E}_2 = -\dot{I}_2 \overline{Z_2} - \dot{I}_5 \overline{Z_5} - \dot{I}_3 \overline{Z_3};$$

$$\text{Контур III: } 0 = \dot{I}_6 \overline{Z_6} - \dot{I}_4 \overline{Z_4} + \dot{I}_5 \overline{Z_5}.$$

Після підстановки числових значень комплексних параметрів кінцева система рівнянь Кірхгофа для комплексної схеми заміщення матиме вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ \dot{I}_3 - \dot{I}_4 - \dot{I}_5 = 0 \\ \dot{I}_6 + \dot{I}_4 - \dot{I}_1 = 0 \\ \dot{I}_1(1 + 4j) + 3\dot{I}_3 + \dot{I}_4(4 + 3j) = (5 + j5) \\ -\dot{I}_2(2 - 2j) - \dot{I}_5(5 - j) - 3\dot{I}_3 = -(5\sqrt{2} - 5\sqrt{6}j) \\ \dot{I}_6(6 + 2j) - \dot{I}_4(4 + 3j) + \dot{I}_5(5 - j) = 0 \end{array} \right.$$

Система рівнянь для миттєвих значень струмів та напруг, складена за законами Кірхгофа, має вигляд:

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ i_3 - i_4 - i_5 = 0 \\ i_6 + i_4 - i_1 = 0 \\ u_1 + u_3 + u_4 = e_1 \\ -u_2 - u_5 - u_3 = -e_2 \\ u_6 - u_4 + u_5 = 0 \end{cases}$$

Перепишемо отриману систему рівнянь в *інтегро-диференційній формі* з урахуванням виразів для напруг віток, виражених за законом Ома в часовій області

$$u_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$u_2 = i_2 R_2 + \frac{1}{C_2} \int_{-\infty}^t i_2 dt$$

$$u_3 = i_3 R_3$$

$$u_4 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt}$$

$$u_5 = i_5 R_5 + \frac{1}{C_5} \int_{-\infty}^t i_5 dt$$

$$u_6 = i_6 R_6 + L_6 \frac{di_6}{dt}$$

та миттєвих значень ЕРС:

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ i_3 - i_4 - i_5 = 0 \\ i_6 + i_4 - i_1 = 0 \\ i_1 + 12,738 \cdot 10^{-3} \frac{di_1}{dt} + 3i_3 + 4i_4 + 9,554 \cdot 10^{-3} \frac{di_4}{dt} = 10 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \\ -\left(2i_2 + \frac{1}{1,59 \cdot 10^{-3}} \int_{-\infty}^t i_2 dt\right) - \left(5i_5 + \frac{1}{3,185 \cdot 10^{-3}} \int_{-\infty}^t i_5 dt\right) - 3i_3 = -20 \cos(100\pi t - \frac{\pi}{3}) \\ 6i_6 + 6,369 \cdot 10^{-3} \frac{di_6}{dt} - (4i_4 + 9,554 \cdot 10^{-3} \frac{di_4}{dt}) + 5i_5 + \frac{1}{3,185 \cdot 10^{-3}} \int_{-\infty}^t i_5 dt = 0 \end{cases}$$

2) Розрахувати комплексні діючі значення струмів усіх віток та потенціалів всіх вузлів кола методом контурних струмів. Перевірити вірність розрахунків шляхом зведення балансу потужностей в комплексній формі та визначити миттєві значення зазначених струмів.

Кількість незалежних контурів комплексної схеми заміщення 3, стільки ж рівнянь складаємо за методом контурних струмів. Для цього позначаємо незалежні контури римськими цифрами (рис. 19) та складаємо систему рівнянь у символічній векторно-матричній формі:

$$\begin{bmatrix} \bar{Z}_1 + \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 & -\bar{Z}_3 & -\bar{Z}_4 \\ -\bar{Z}_3 & \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 + \bar{Z}_5 & -\bar{Z}_5 \\ -\bar{Z}_4 & -\bar{Z}_5 & \bar{Z}_4 + \bar{Z}_5 + \bar{Z}_6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_{11} \\ \dot{I}_{22} \\ \dot{I}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ -\dot{E}_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Після підстановки значень комплексних опорів та ЕРС матимемо систему рівнянь в числовому вигляді:

$$\begin{bmatrix} 8+7j & -3 & -4-3j \\ -3 & 10-3j & -5+j \\ -4-3j & -5+j & 15+4j \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_{11} \\ \dot{I}_{22} \\ \dot{I}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+5j \\ -5\sqrt{2} + j5\sqrt{6} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Розв'язок системи в MATLAB:

```

1 function []=EE ()
2 - A=[8+7i -3 -4-3i; -3 10-3i -5+1i; -4-3i -5+1i 15+4i ];
3 - Y= inv(A);
4 - B=[5+5i; -5*sqrt(2)+5*(sqrt(6)*1i); 0];
5 - X=Y*B;
6 - disp('X:'), disp (X)
7 - end

```

Command Window

```

>> EE
X:
    0.9868 + 1.0845i
   -0.7510 + 1.8523i
    0.2121 + 1.0975i
fx >>

```

$$\dot{I}_{11} = (0,9868 + 1,0845j) \text{ A};$$

$$\dot{I}_{22} = (-0,751 + 1,8523j) \text{ A};$$

$$\dot{I}_{33} = (0,2121 + 1,0975j) \text{ A}.$$

За відомими контурними струмами розраховуємо комплексні струми віток з урахуванням їх напрямів на комплексній схемі заміщення:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} = (0,9868 + 1,0845j) \text{ A};$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_{22} = (0,751 - 1,8523j) \text{ A};$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} = (1,7378 - 0,7678j) \text{ A};$$

$$\dot{I}_4 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{33} = (0,7747 - 0,013j) \text{ A};$$

$$\dot{I}_5 = \dot{I}_{33} - \dot{I}_{22} = (0,9631 - 0,7548j) \text{ A};$$

$$\dot{I}_6 = \dot{I}_{33} = (0,2121 + 1,0975j) \text{ A}.$$

Знаходимо комплексні потенціали всіх вузлів кола за методом контурних струмів:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \dot{I}_5 \bar{Z}_5 = (0,9631 - 0,7548j)(5 - j) = (0,9631 \cdot 5 - 0,7548) - j(0,9631 + 0,7548 \cdot 5) = \\ &= 4,0607 - j4,7371; \end{aligned}$$

$$\phi_2 = \phi_1 + \dot{I}_3 \bar{Z}_3 = 4,0607 - j4,7371 + (1,7378 - 0,7678j) \cdot 3 = 9,2741 - 7,0405j;$$

$$\phi_3 = \phi_1 - \dot{I}_4 \bar{Z}_4 = 4,0607 - j4,7371 - (0,7747 - 0,013j) \cdot (4 + j3) = 0,9099 - j7,0092.$$

Для зведення балансу потужностей розраховуємо комплекс повної потужності джерел:

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{дж} &= \dot{E}_1(\dot{I}_1)^* + \dot{E}_2(\dot{I}_2)^* = \\ &= (5 + 5j)(0,9868 - 1,0845j) + (5\sqrt{2} - 5\sqrt{6}j)(0,751 + 1,8523j) = 38,3528 + 3,4114j.\end{aligned}$$

Комплекси повних потужностей віток:

$$\begin{aligned}I_1^2 \overline{Z_1} &= (0,9868^2 + 1,0845^2)(1 + 4j) = 2,14991449 + 8,59865796j \\ I_2^2 \overline{Z_2} &= (0,751^2 + (-1,8523)^2)(2 - 2j) = 7,99003258 - 7,99003258j \\ I_3^2 \overline{Z_3} &= 3(1,7378^2 + (-0,7678)^2) = 10,8283 \\ I_4^2 \overline{Z_4} &= (0,7747^2 + (-0,013)^2)(4 + 3j) = 2,40131636 + 1,80098727j \\ I_5^2 \overline{Z_5} &= (0,9631^2 + (-0,7548)^2)(5 - j) = 7,48642325 - 1,49728465j \\ I_6^2 \overline{Z_6} &= (0,2121^2 + 1,0975^2)(6 + 2j) = 7,49695596 + 2,49898532j\end{aligned}$$

Додавши усі потужності віток, порівнюємо отриману суму з комплексом повної потужності джерел та констатуємо здійснення балансу:

$$38,3528 + 3,4114j = 38,3283 + 3,4113j$$

Допустиме значення небалансу складає 3% по кожній зі складових потужностей.

Отримані комплексні струми віток переводимо до показникової форми.

$$\begin{aligned}\dot{I}_1 &= 0,9868 + 1,0845j = 1,466e^{j47,7^\circ} \text{ (A)}; \\ \dot{I}_2 &= 0,751 - 1,8523j = 1,998e^{-j67,9^\circ} \text{ (A)}; \\ \dot{I}_3 &= 1,7378 - 0,7678j = 1,899e^{-j23,8^\circ} \text{ (A)}; \\ \dot{I}_4 &= 0,7747 - 0,013j = 0,7748e^{-j0,9^\circ} \text{ (A)}; \\ \dot{I}_5 &= 0,9631 - 0,7548j = 1,223e^{-j38,0^\circ} \text{ (A)}; \\ \dot{I}_6 &= 0,2121 + 1,0975j = 1,117e^{j79,0^\circ} \text{ (A)}.\end{aligned}$$



Для отримання миттєвих значень струмів від діючих значень переходимо до амплітуд, а аргументи представляємо в радіанній мірі:

$$i_1(t) = \sqrt{2} \cdot 1,466 \cdot \cos(\omega t + 47,7^\circ \cdot \pi/180^\circ) = 2,073 \cos(100\pi t + 0,8321).$$

Аналогічно отримуємо миттєві значення струмів усіх віток.

3. Розрахувати комплексне діюче значення струму вітки з активним опором 6 Ом методом вузлових потенціалів в комплексній формі, позначивши потенціали вузлів так само, як в п.2.

Для визначення комплексних потенціалів вузлів, позначених відповідно комплексної схеми заміщення (рис.19) складемо систему рівнянь за МВП в символьному вигляді:

$\bar{Y}_3 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5$	$-\bar{Y}_3$	$-\bar{Y}_4$
$-\bar{Y}_3$	$\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3$	$-\bar{Y}_1$
$-\bar{Y}_4$	$-\bar{Y}_1$	$\bar{Y}_1 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_6$

 $\times$ 

$\phi_1$
$\phi_2$
$\phi_3$

 $=$ 

0
$\dot{E}_1 \bar{Y}_1 + \dot{E}_2 \bar{Y}_2$
$-\dot{E}_1 \bar{Y}_1$

Після підстановки числових значень

$$\begin{aligned} \bar{Y}_3 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 &= \frac{1}{\bar{Z}_3} + \frac{1}{\bar{Z}_4} + \frac{1}{\bar{Z}_5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4 + 3j} + \frac{1}{5 - j} = \frac{1}{3} + \frac{4 - 3j}{4^2 + 3^2} + \frac{5 + j}{5^2 + (-1)^2} \\ &= \left( \frac{1}{3} + \frac{4}{25} + \frac{5}{26} \right) + j \left( \frac{-3}{25} + \frac{1}{26} \right) = 0,68564 - 0,08154j; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 &= \frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}_3} = \frac{1}{1 + 4j} + \frac{1}{2 - 2j} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1 - 4j}{1^2 + 4^2} + \frac{2 + 2j}{2^2 + (-2)^2} \\ &= \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{17} + \frac{2}{8} \right) + j \left( \frac{-4}{17} + \frac{2}{8} \right) = 0,64216 + 0,0147j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{Y}_1 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_6 &= \frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_4} + \frac{1}{\bar{Z}_6} = \frac{1}{1+4j} + \frac{1}{4+3j} + \frac{1}{6+2j} \\
&= \frac{4-3j}{4^2+3^2} + \frac{1-4j}{1^2+4^2} + \frac{6-2j}{6^2+2^2} = \\
&= \left( \frac{4}{25} + \frac{1}{17} + \frac{6}{40} \right) + j \left( \frac{-3}{25} + \frac{-4}{17} + \frac{-1}{20} \right) = \\
&= 0,36882 - 0,40529j;
\end{aligned}$$

$$-\bar{Y}_3 = -\frac{1}{\bar{Z}_3} = -\frac{1}{3} = 0,333;$$

$$-\bar{Y}_4 = -\frac{1}{\bar{Z}_4} = -\frac{1}{4+3j} = -\frac{4-3j}{4^2+3^2} = -\frac{4}{25} + \frac{3j}{25} = -0,16 + 0,12j;$$

$$-\bar{Y}_1 = -\frac{1}{\bar{Z}_1} = -\frac{1}{1+4j} = -\frac{1-4j}{1^2+4^2} = -\frac{1}{17} + \frac{4j}{17} = -0,0588 + 0,23529j;$$

$$\begin{aligned}
\dot{E}_1 \bar{Y}_1 + \dot{E}_2 \bar{Y}_2 &= (5+5j) \frac{1}{1+4j} + (5\sqrt{2} - 5\sqrt{6}j) \frac{1}{2-2j} \\
&= \frac{5 \cdot 1 + 5 \cdot 4}{1^2+4^2} + j \frac{5 \cdot 1 - 5 \cdot 4}{1^2+4^2} + \frac{5\sqrt{2} \cdot 2 + 5\sqrt{6} \cdot 2}{2^2+2^2} \\
&\quad + j \frac{-5\sqrt{6} \cdot 2 + 5\sqrt{2} \cdot 2}{2^2+2^2} = 6,300217 - 2,176448j; \\
\dot{E}_1 \bar{Y}_1 &= \frac{5 \cdot 1 + 5 \cdot 4}{1^2+4^2} + j \frac{5 \cdot 1 - 5 \cdot 4}{1^2+4^2} = 1,470588 - 0,88235j.
\end{aligned}$$

Отримаємо таку систему рівнянь

$0,68564 - 0,08154j$	$- 0,333$	$-0,16 + 0,12j$
$- 0,333$	$0,64216 + 0,0147j$	$-0,0588 + 0,23529j$
$-0,16 + 0,12j$	$-0,0588 + 0,23529j$	$0,36882 - 0,40529j$

 $\times \begin{matrix} \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_3 \end{matrix} = \begin{matrix} 0 \\ 6,300217 - 2,176448j \\ -1,470588 + 0,88235j \end{matrix}$

Її розв'язок в МАТЛАБ має вигляд:

```

1 function[]=EE ()
2 - A=[0.68564-0.08154i -0.333 -0.16+0.12i; -0.333 0.64216+0.0147i -0.0588+0.23529i; -0.16+0.12j -0.0588+0.23529i 0.36882-0.40529i];
3 - Y= inv(A);
4 - B=[0; 6.300217-2.176448i; -1.470588+0.88235i ];
5 - X=Y*B;
6 - disp('X:'), disp (X)
7 - end

```

Command Window

```

>> EE
X:
4.0542 - 4.7279i
9.2710 - 7.0315i
0.9201 - 7.0022i

```

Величини комплексних потенціалів відповідають отриманим за методом контурних струмів. Комплекс діючого значення шуканого струму

$$\dot{I}_6 = -\dot{\phi}_3 \bar{Y}_6 = -(0,9201 - j7,0022)(3 - j) / 20 = 0,2121 + j1,096$$

також відповідає значенню, отриманому за методом контурних струмів.

3) Розрахувати комплексне діюче значення струму вітки з активним опором 6 Ом методом еквівалентного генератора в комплексній формі.

Позначаємо затискачі еквівалентного генератора за напрямом струму

$\dot{I}_6$  на рис. 19:  $a=0$ ;  $b=3$ . Комплексну напругу розриву  $\dot{U}_P = \dot{E}_{ab}$  можна

знайти, якщо видалити з комплексної схеми заміщення комплексний опір  $Z_6$  та знайти різницю комплексних потенціалів  $\phi_0$  та  $\phi_3$ .

Модернізуємо отриману в п.3 систему рівнянь за МВП, видаливши з неї  $\bar{Y}_6 = 0$ :

$$\begin{bmatrix} \bar{Y}_3 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 & -\bar{Y}_3 & -\bar{Y}_4 \\ -\bar{Y}_3 & \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 & -\bar{Y}_1 \\ -\bar{Y}_4 & -\bar{Y}_1 & \bar{Y}_1 + \bar{Y}_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{E}_1 \bar{Y}_1 + \dot{E}_2 \bar{Y}_2 \\ -\dot{E}_1 \bar{Y}_1 \end{bmatrix}$$

Підставивши числові значення, отримаємо систему такого вигляду:

$$\begin{bmatrix} 0,68564 - 0,08154j & -0,333 & -0,16 + 0,12j \\ -0,333 & 0,64216 + 0,0147j & -0,0588 + 0,23529j \\ -0,16 + 0,12j & -0,0588 + 0,23529j & 0,2188235 - 0,35529j \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \phi_2 \\ \phi_1 \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6,300217 - 2,176448j \\ -1,470588 + 0,88235j \end{bmatrix}$$

Її розв'язок в МАТЛАБ має вигляд:

```
function[] = EE ()
A=[0.68564-0.08154i -0.333 -0.16+0.12i; -0.333 0.64216+0.0147i -0.0588+0.23529i; -0.16+0.12j -0.0588+0.23529i 0.2188235-0.35529i];
Y= inv(A);
B=[0; 6.300217-2.176448i; -1.470588+0.88235i ];
X=Y*B;
disp('X:'), disp (X)
end
```

```
>> EE
X:
    3.0462 - 6.3462i
    7.6213 - 8.3629i
    1.5774 -10.1593i
```

Визначаємо

$$\dot{U}_P = -\dot{\phi}_3 = -1,5774 + 10,1593j.$$

Аналогічно, комплексний струм замикання можна знайти, якщо встановити перемичку між вузлами 0,3 замість опору  $\bar{Z}_6$  та визначити струм в ній. Це еквівалентно прирівнюванню до нуля комплексного опору  $\bar{Z}_6$  в складеній в п.2 системі рівнянь за методом контурних струмів:

$\bar{Z}_1 + \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4$	$-\bar{Z}_3$	$-\bar{Z}_4$
$-\bar{Z}_3$	$\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 + \bar{Z}_5$	$-\bar{Z}_5$
$-\bar{Z}_4$	$-\bar{Z}_5$	$\bar{Z}_4 + \bar{Z}_5$

 $\times$ 

$\dot{I}_{11}$
$\dot{I}_{22}$
$\dot{I}_{33}$

 $=$ 

$E_1$
$-E_2$
0

Підставивши числові значення, отримаємо:

$8+7j$	$-3$	$-4-3j$
$-3$	$10-3j$	$-5+j$
$-4-3j$	$-5+j$	$9+2j$

 $\times$ 

$\dot{I}_{11}$
$\dot{I}_{22}$
$\dot{I}_{33}$

 $=$ 

$5+5j$
$-5\sqrt{2} + j5\sqrt{6}$
0

Розв'язок цієї системи отримаємо за допомогою програми MATLAB:

```

1 function []=EE ()
2 - A=[8+7i -3 -4-3i; -3 10-3i -5+1i; -4-3j -5+1i 9+2i];
3 - Y= inv(A);
4 - B=[5+5i; -5*sqrt(2)+1i*5*sqrt(6); 0 ];
5 - X=Y*B;
6 - disp('X:'), disp (X)
7 - end

```

---

Command Window

```

>> EE
X:
    1.7342 + 2.4586i
   -0.4557 + 3.4703i
    0.8525 + 3.4599i
fx >>

```

Таким чином,

$$I_3 = I_{33} = 0,8525 + 3,4599 j.$$

Шуканий струм

$$\dot{I}_6 = \frac{\dot{E}_{ab}}{\bar{Z}_6 + \bar{Z}_{ab}} = \frac{\dot{I}_3 \bar{Z}_{ab}}{\bar{Z}_6 + \bar{Z}_{ab}} = \frac{\dot{I}_3}{\bar{Z}_6 \bar{Y}_{ab} + 1} = \frac{\dot{I}_3}{1 + \frac{\dot{I}_3 \bar{Z}_6}{\dot{U}_P}} = 0,2119 + 1,0966 j$$

відповідає отриманому за методом контурних струмів та методом вузлових потенціалів.

4)Провести моделювання первісного кола в програмному середовищі EWB або Multisim, вимірявши струми всіх віток та потенціали всіх вузлів. Результати розрахунків та вимірів за пунктами 1-5 звести в табл. 2, представлену в додатку 1.

Розрахувавши комплекси діючих значень ЕРС в показниковій формі з невід'ємними значеннями початкових фаз у градусній мірі

$$\dot{E}_1 = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{j\pi/4} = 7,071 e^{j45^\circ}; \quad \dot{E}_2 = \frac{20}{\sqrt{2}} e^{-j\pi/3} = 14,142 e^{j300^\circ},$$

здійснюємо моделювання первісного кола в програмному середовищі EWB(рис. 20). В кожну вітку вмикаємо амперметр змінного струму, між кожним незалежним та заземленим вузлом вмикаємо вольтметр змінного струму

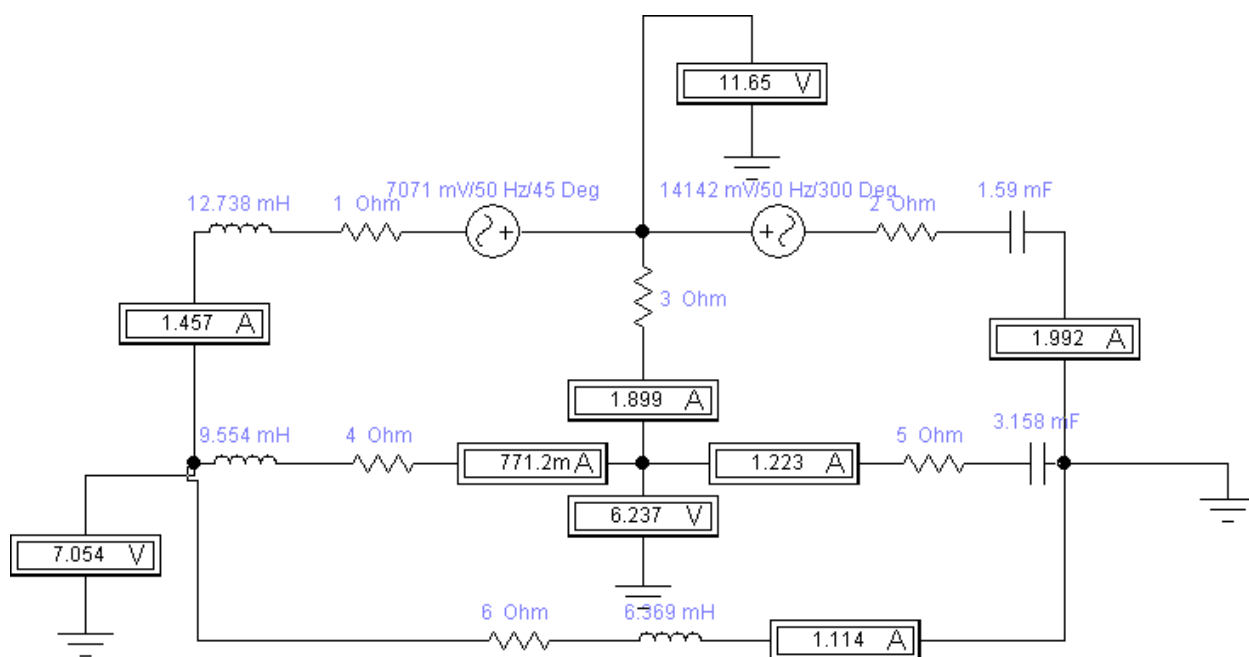


Рис.20

Значення всіх модулів розрахованих величин підтверджені віртуальним експериментом.

Для заповнення відповідних граф таблиці 3 розраховуються показникові форми комплексів діючих значень потенціалів незалежних вузлів, отриманих за МКС, та потенціалів вузлів, між якими увімкнена вітка в п.3. Допустиме відхилення модулів розрахованих величин від виміряних складає 3%.

### 3. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Сформулюйте перший закон Кірхгофа.
2. Як визначають кількість незалежних вузлів в складному електричному колі?
3. Скільки рівнянь за першим законом Кірхгофа потрібно скласти для електричного кола, що містить 9 віток та 6 вузлів?
4. Що називають незалежним контуром?
5. Як визначають кількість незалежних контурів в складних електричних колах?
6. Скільки незалежних контурів містить електричне коло, у якого 6 віток та 4 вузли?
7. Сформулюйте другий закон Кірхгофа.
8. Скільки рівнянь за другим законом Кірхгофа потрібно скласти для електричного кола, що містить 6 віток та 4 вузли?
9. В чому полягає суть метода контурних струмів?
10. На якому законі базуються рівняння для знаходження контурних струмів при розрахунках складних електричних кіл?
11. Як обирають напрям обходу контуру при застосування метода контурних струмів?
12. Скільки рівнянь потрібно скласти для електричного кола, що містить 6 віток та 4 вузли за методом контурних струмів?
13. Що називають власним опором контуру?
14. Запишіть рівняння для розрахунку контурного струму в загальному вигляді.
15. Що називають спільним опором контурів?
16. Яким чином слід обирати напрям контурного струму?



17. Як за допомогою контурних струмів суміжних контурів знайти струм у вітці, що містить спільний опір?
18. Як визначають знак падіння напруги в спільному опорі при складанні рівнянь за методом контурних струмів?
19. Для чого необхідний баланс потужностей?
20. В чому полягає зведення балансу потужностей.
21. В чому полягає суть метода вузлових напруг?
22. Що називають власною провідністю вузла (метод вузлових напруг)?
23. З яким знаком входить в рівняння струм через спільну провідність у методі вузлових напруг?
24. Запишіть рівняння електричної рівноваги, складене для метода вузлових напруг, в загальному вигляді.
25. Чому дорівнює кількість рівнянь, для розрахунку електромагнітних процесів в складних електричних колах за методом вузлових напруг?
26. Як обирають обирати базисний вузол при розрахунку складних кіл за методом вузлових напруг?
27. Скільки рівнянь потрібно скласти для кола, що містить 10 віток та 5 вузлів при використанні метода вузлових напруг?
28. Чому дорівнює потенціал базисного вузла в методі вузлових напруг?
29. Як знаходять струм у вітці складного електричного кола при використанні метода вузлових напруг?
30. Що називають спільною провідністю вузлів  $n$  і  $k$  в методі вузлових напруг?
31. Сформулюйте теорему про еквівалентне джерело напруги.
32. Як визначають внутрішній опір еквівалентного джерела ЕРС за методом еквівалентного генератора?
33. Як визначають ЕРС еквівалентного джерела за методом еквівалентного генератора?

## ДОДАТКИ

### Додаток 1

#### Варіанти завдання на РГР

В табл.1 представлені номери варіантів завдання та вихідні дані, позначені наступним чином:  $X_n$  ( $n = \overline{1,6}$ ) є величинами реактивних опорів, увімкнених послідовно з резисторами величиною  $n$  Ом;  $\varphi_1$  є початковою фазою ЕРС першого ідеального джерела напруги, увімкненого послідовно з резистором номіналом  $i$  Ом;  $\varphi_2$  - початкова фазою ЕРС другого ідеального джерела напруги, увімкненого послідовно з резистором номіналом  $j$  Ом;  $k$  позначає номінал резистора в Омах, струм якого треба розрахувати в завданнях 3,4. Для всіх варіантів:  $f = 50$  Гц,  $e_i(t) = E_{mi} \cos(\omega t + \varphi_i)$ ,  $i = \overline{1,2}$ ;  $E_{m1} = 10$  В;  $E_{m2} = 20$  В.

Таблиця 2. Параметри елементів кола (рис. 1) відповідно до номеру варіанту

Варіант	$X_1$ , Ом	$X_2$ , Ом	$X_3$ , Ом	$X_4$ , Ом	$X_5$ , Ом	$X_6$ , Ом	$\varphi_1$ , рад.	$\varphi_2$ , рад.	$i$	$j$	$k$
0	4	-2	0	3	-1	2	$\pi/4$	$-\pi/3$	1	2	6
1	-5	4	-2	0	3	-1	$-\pi/6$	$\pi/4$	1	3	2
2	4	-2	0	3	-1	2	$\pi/4$	$-\pi/3$	1	2	6
3	-3	1	4	-2	0	3	0	$\pi/3$	1	4	2
4	0	3	-1	2	4	-5	$\pi/6$	0	1	5	3
5	-5	2	4	-5	0	3	$-\pi/3$	$\pi/4$	1	6	5
6	-5	0	3	2	4	-1	$-2\pi/3$	$\pi/3$	2	1	4
7	-1	4	0	3	2	-4	$-\pi/3$	$2\pi/3$	2	3	6
8	3	-1	4	0	-4	2	$\pi/4$	0	2	4	1
9	0	3	2	-4	-1	4	$-\pi/3$	$\pi/6$	2	5	4
10	-4	2	0	-1	4	3	$\pi/3$	$-\pi/3$	2	6	3

11	0	-1	4	3	-3	2	0	$-2\pi/3$	3	1	4
12	4	3	-3	2	0	-1	$\pi/4$	$-\pi/3$	3	2	5
13	3	2	-4	-1	4	0	$\pi/3$	$5\pi/4$	3	4	6
14	2	0	-1	4	3	-3	$\pi/3$	$\pi/4$	3	5	4
15	-1	4	3	-3	2	0	$2\pi/3$	0	3	6	2
16	4	3	-3	2	0	-1	0	$\pi/6$	4	1	3
17	0	-1	4	3	-3	2	$\pi/6$	$-\pi/3$	4	2	5
18	-3	2	0	-1	4	3	$-\pi/3$	$-2\pi/3$	4	3	1
19	3	-3	2	0	-1	-5	$-2\pi/3$	$-\pi/3$	4	5	3
20	2	0	3	-5	-3	-1	$-\pi/3$	$\pi/4$	4	6	2

Результати розрахунків та вимірів за пунктами 1-5 РГР зводять в табл. 3 наступного вигляду.

Таблиця 3. Результати виконання розрахунково-графічної роботи

Комплексні діючі значення струмів віток у показниковій формі, А						
Комплексні діючі значення потенціалів вузлів у показниковій формі за МКС						
Комплексні діючі значення потенціалів вузлів, між якими увімкнена вітка в п.3						
Комплекси повної потужності всіх джерел та всіх споживачів, ВА						
Виміряні значення струмів віток, А						
Виміряні значення потенціалів вузлів, В						

**Зразок оформлення титульного аркушу пояснювальної записки до РГР**

Міністерство освіти і науки України

Національний технічний університет України

„Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”

Кафедра акустичних та мультимедійних електронних систем

**ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА**

до розрахунково-графічної роботи з кредитного модуля

**„Теорія електричних кіл-1”**

на тему: **„ Символічні методи розрахунку лінійних  
електричних кіл синусоїдного струму ”**

Варіант № \_\_\_\_\_

**Виконав**

студент гр. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
(прізвище, ім'я та по-батькові)

**Перевірів**

\_\_\_\_\_  
(прізвище, ім'я та по-батькові)

Номер завдання	1	2	3	4	5	Сума балів за виконання	Захист роботи
Отримані бали							

**Київ - 202\_**

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. ДСТУ 3008-95 Документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення. – Чинний від 01.01.96. – К.: Держстандарт України, 1995.– 37 с.
2. Рекомендації щодо підготовки і видання навчальної, навчально-методичної та наукової літератури / Уклад.: Т.В. Омельчук, Г.Л. Рябцев, М.В. Прокопенко, С.І. Горбачов. – 2-ге вид., переробл. і допов. – К.: ІВЦ "Політехніка", 2002. –80 с.
3. Попов В.П. Основы теории цепей. – М.: Высш. школа, 1985. – 496 с.
4. Бирюков В.Н., Попов В.П., Семенцов В.И. Сборник задач по теории цепей: Учеб. пособие для радиотех. спец. вузов / Под ред. В.П. Попова – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1998. – 254 с.
5. Зевеке Г.В., Ионкин П.А. Основы теории цепей: Учеб. для вузов. – М.: Энергия, 1975. – 752 с.
6. Атабеков Г.И. Основы теории цепей: Учеб. для вузов. – М.: Энергия, 1969. – 424 с.
7. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1981. – 720 с.
8. Буртаев Ю.В., Овсянников П.Н. Теоретические основы электротехники: Учеб. для техникумов / Под. ред. М.Ю. Зайчика. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 552 с.
9. Шебес М.Р. Теория линейных электрических цепей в упражнениях и задачах: Учеб. пособие для электротехнич. и радиотехнич. специальностей вузов. – М.: Высш. шк., 1973. – 656 с.